



## Ortaokul Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problemlerin Çözümünde Strateji Kullanma ve Öz-Düzenleme Becerilerinin İncelenmesi

### Examining Elementary School Students' Abilities at Using Strategies and Self-Regulation Skills in Solving Non-Routine Problems

İbrahim Bayazıt<sup>a\*</sup>, Hayriye Şenberber<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Erciyes University, Kayseri, Turkey

<sup>b</sup>Ministry of National Education, Kayseri, Turkey

#### Öz

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin rutin olmayan problemlerin çözümünde strateji kullanma ve öz-düzenleme becerileri incelenmektedir. Örnek olay yönteminin kullanıldığı araştırma 160 ortaokul öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veriler, farklı stratejilerle çözülebilen problemlerden oluşan yazılı sınav ve sonrasında uygulanan yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Toplanan veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak çözümlenmiştir. Bulgular, katılımcıların büyük çoğunluğunun sonuç odaklı problem çözme davranışları sergilediğini göstermektedir. Katılımcıların genellikle tek strateji kullandıkları, bunun da büyük oranda geçmişten aşına oldukları işlem seçme stratejisini içerdiği görülmektedir. Sonuçlar, katılımcıların örüntü arama/bağıntı bulma türünden üst düzey bilişsel çaba gerektiren stratejileri kullanmada ve stratejiler arasındaki anlamsal ilişkileri kavramada yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Problemler bazında değişiklik arz etmekle birlikte az sayıda katılımcının öz-düzenleme becerilerini işe koşarak kendi hatalarını fark edip düzeltme yoluna gittikleri görülmektedir. Nitel bulgular, strateji kullanma ve öz-düzenleme becerileri arasında olumlu manada karşılıklı bir ilişkinin varlığına işaret etmektedir. Strateji kullanma yeterlikleri iyi olan öğrencilerin çözüm yaparken sergiledikleri hataları farklı bir stratejiyi kullanmak suretiyle fark edip düzelttikleri görülmüştür. Diğer yandan ise öz-düzenleme yeterlikleri iyi olan öğrencilerin bir stratejiyle çözüm yaparken sergiledikleri hataları tespit edip strateji değiştirmeden gerekli düzeltmeleri yapabildikleri görülmüştür. Araştırma bulguları strateji kullanma yeterlikleri üst düzey olan öğrencilerin, kendi hatalarını tespit etme ve düzeltmede daha başarılı olduklarını göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Ortaokul öğrencileri, rutin olmayan problemler, problem çözme stratejileri, öz-düzenleme becerisi.

#### Abstract

This study investigates elementary school students' capabilities to use problem solving strategies and self-regulation techniques in solving non-routine problems. The research employing qualitative case study was carried out with the participation of 160 students. The data were obtained from the written exam consisting of problems that can be solved with different strategies and the semi-structured interviews applied afterwards. The collected data were analysed using content and discourse analysis methods. The results indicated that most of the participants displayed result-oriented problem solving approaches. It was observed that they mostly preferred using single strategy including, such as, guess and check and writing an algebraic equation. The results showed that the majority of the participants are inadequate in using the strategies that require high level cognitive effort such as pattern search/relationship and in understanding the underlying meaning of the strategies and the relationships between them. Although it varies on the basis of the problems, it was found that a small number of participants utilised their self-regulation skills to realize their own mistakes and correct them. Qualitative findings indicated the existence of a positive relationship between strategy use and self-regulation skills. It was observed that the students with good strategy use skills noticed and corrected the mistakes, they exhibited while solving, by using a different strategy. On the other hand, it was noted that students with good self-regulation competencies were able to identify the mistakes they exhibited while solving with a strategy and make the necessary corrections

\*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Prof. Dr. İbrahim Bayazıt, Department of Mathematics Education, Faculty of Education, Erciyes University, Kayseri, Turkey. E-mail address: ibayazit@erciyes.edu.tr. ORCID ID: 0000-0002-9113-0411.

<sup>b</sup>Hayriye Şenberber, Battalgazi Şehit Selim Şener Middle School, Ministry of Education, Kayseri, Turkey. E-mail address: hayriyesenberber@gmail.com. ORCID ID: 0000-0002-3867-6474.

Received Date: September 22<sup>nd</sup>, 2020. Acceptance Date: May 21<sup>st</sup>, 2021.

without changing the strategy. Research findings suggest that students with high level of strategy use proficiency are more successful in detecting and correcting their own mistakes.

**Keywords:** Elementary school students, non-routine problems, problem solving strategies, self-regulation skills.

© 2021 Başkent University Press, Başkent University Journal of Education. All rights reserved.

## 1. Giriş

Problem çözmeye, matematiğin en temel uygulama alanlarından bir tanesi olarak kabul edilmektedir. Çünkü farklı konular kapsamında öğrenilen matematiksel düşünceler ve kavramlar, problem çözmeye etkinlikleri üzerinden uygulamaya konularak anlamlandırılabilir. Bu nedenle problem çözmeye zihinsel çaba ve gayret gerektiren bilişsel etkinlikler süreci olarak kabul edilmektedir (Jonassen, 2000). Problem çözmenin, matematiksel muhakemenin farklı stratejiler üzerinden işe koşulduğu, biliş ve üst-bilişin aktif olarak kullanıldığı dinamik bir süreç olduğu söylenebilir. Bu süreç, kavramlar arası ilişkilerin kurulmasına, dikey ve yatay bilgi transferlerinin yapılmasına, geçmiş bilgilerin sentezlenerek kullanılmasına, yer yer ispat mantığı işe koşularak soyutlama ve genellemelerin yapılmasına imkân tanıyabilmektedir. İçerdiği temel mantık ve yaklaşımlar itibarıyla problem çözmeye sürecinin, matematiksel düşüncenin temel karakteristiğini yansıttığı söylenebilir. Bu nedenlerden ötürü matematik öğretiminde, problem çözmeye sürecinde işe koşulan mantık ve stratejilerden temel bir yaklaşım olarak yararlanılması; yani, problem çözmeye temelli matematik öğretiminin yapılması önerilmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989). Uluslararası literatürde bu öneriyi destekleyen araştırma bulguları mevcuttur (Cai, 2003; Cai & Nie, 2007; Clarke, Breed & Fraser, 2004). Söz konusu araştırmaların sonuçları ders programlarını ve sınıf içi öğretimlerini problem çözmeye merkezli planlayıp uygulayan ülke öğrencilerinin matematik başarılarının diğer ülke öğrencilerine kıyasla daha üst düzeyde olduğunu göstermektedir.

Türkiye’de 2006’da uygulamaya konan, takip eden yıllarda ise revize edilen matematik ders programlarının tamamında problem çözmeye konusunun önemi güçlü bir şekilde vurgulanmaktadır. Bu dokümanlarda problem çözmenin süreç eksensli bir aktivite olduğunun altı çizilmekte; doğru yanıtın elde edilmesinden ziyade problem çözmeye sürecinde işe koşulan düşüncenin niteliğine, sergilenen yaklaşımların ve kullanılan stratejilerin önemine vurgu yapılmaktadır (Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2013). Öğrencilerin özgün çözüm yolları ve stratejiler geliştirip kullanabilme yeterlikleri bu alanda edinmeleri gereken en temel kazanımlar olarak ifade edilmektedir. En son 2018 yılında güncellenen matematik ders programında ‘matematiksel yetkinlik’ öğrencilerin edinmeleri gereken temel bir kazanım olarak dikkatlere sunulmaktadır (TTKB, 2018). Matematiksel yetkinlik ise şu şekilde izah edilmektedir: “*Matematiksel yetkinlik, günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzını geliştirme ve uygulamadır. Matematiksel yetkinlik, düşünme (mantıksal ve uzamsal düşünme) ve sunmanın (formüller, modeller, kurgular, grafikler ve tablolar) matematiksel modlarını farklı derecelerde kullanma beceri ve isteğini içermektedir*” (TTKB, 2018, s. 6). Yapılan bu izahta problem çözmeye sürecinde işe koşulan matematiksel düşünceye ve düşüncenin uygulama araçlarına, yani stratejilere ve temsillere vurgu yapıldığı gayet açıktır.

Problem, başlangıçta bilinen bir çözümü olmayan nicel veya nitel yapıdaki sorunsallar olarak tanımlanmaktadır (Krulik & Rudnick, 1985). Karşılaşılan bir durumun problem olarak kabul edilebilmesi için şaşırtıcı ve zor olması, çözüme ilişkin ortamda hazır bir kuralın bulunmaması, yaratıcı düşünme gerektirmesi, bireyin mevcut bilgi birikimiyle elde edilemeyen sorunsal anlamlandırmada zorlanması ve bilişsel dengesinin bozulması icap eder (Schoenfeld, 1992). Diğer yandan, problem çözmeye, bilişsel ve üst-bilişsel eylemlerin yürütüldüğü, çok yönlü işleyen karmaşık ve dinamik bir süreçtir. Geleneksel olarak bu sürecin dört temel aşamasından bahsedilmektedir ki bunlar problemin anlaşılması, çözüm planının yapılması, geliştirilen planın uygulamaya konulması ve sonucun değerlendirilmesidir (Polya, 1973). Polya tarafından önerilen bu modelin, problem çözmeye sürecinin nasıl işlediğini, süreçte işe koşulan düşüncenin ve yapılan uygulamaların niteliğini izah etmek için teorik bir bakış açısı sunduğu muhakkaktır. Ancak, buradan problem çözmenin lineer bir süreç olduğu, bu sürecin aşamaları arasında katı bir hiyerarşinin olduğu, bir aşamada yapılması gerekenler tamamlanmadan bir sonraki aşamaya geçilemeyeceği sonucu çıkarılmamalıdır. Bireyler, problem çözmeye sürecinin aşamaları arasında ileri-geri geçişler yapabilirler; her bir aşamada farklı strateji ve teknikler kullanarak bu süreci esnek ve çok yönlü bir şekilde işletebilirler (Bayazit & Aksoy, 2010).

Zorluk dereceleri, uygulama amaçları, içerdiği düşüncenin niteliği, problem çözüme yüklediği bilişsel yük açılarından matematik problemleri, rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıra dışı) problemler diye iki sınıfta gruplandırılmaktadır (Arslan & Altun, 2007; Mahlios, 1988). Bilinen kural, bağıntı ve metotlarla çözülebilen sorular rutin problemler olarak kabul edilmektedir ve bu sorularla geçmişte öğrenilen bilgilerin pekiştirilmesi hedeflenmektedir. Bilinen kurallarla çözülemeyen, düşüncüyü zorlayan, özgün metot ve yaklaşımlar gerektiren sorular ise rutin olmayan problemler olarak kabul edilmektedir (Inoue, 2005). Bu tür problemlerin birden fazla çözümü

olabilir. Rutin olmayan problemlerin çözümü, sahip olunan bilgileri sıra dışı yollarla kullanabilme, analiz-sentez yapabilme, soyutlayıcı ve tümevarımcı düşünebilme, problem durumundan kaynaklanan özgün koşulları karşılamak için bilgiyi uyarlayarak kullanabilme gibisinden üst düzey bilişsel yetenekler gerektirir (Altun, 2005). Bu soruların çözümünde üst-bilişin işe koşularak öz-takip ve öz-düzenlemelerin yapılması başarı için oldukça önemlidir (Hartman, 1998; Nancarrow, 2004).

Öğrencilerin problem çözme konusundaki yeterlikleri matematik eğitimcilerinin en fazla ilgisini çeken konuların başında gelmektedir. Bu alanda yapılan ulusal ve uluslararası araştırmaların sonuçları rutin olmayan problemlerin çözümünde öğrencilerin ciddi zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Arslan & Altun, 2007; Elia, Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Schoenfeld, 1992; Verschaffel, De Corte & Vierstraete, 1999). Bu zorlukların sebebi olarak öğrencilerin problemlerin çözümü için gerekli olan kavramları, formülleri ve bağıntıları anlama ve kullanmadaki yetersizliklerine işaret edilmektedir. Bu zorlukların problem çözme sürecinde işe koşulan düşünce ve yaklaşımların niteliği ile ilgili olduğu belirtilmektedir. Bu bağlamda eldeki problemin çözümü için farklı yaklaşımların ortaya konulması, özgün strateji ve metotların geliştirilmesi, matematiksel muhakemenin etkili kullanımı ve üst-bilişsel becerilerin işe koşularak çözüm sürecinin kontrollü bir şekilde yürütülmesi hususlarında yaşanan sıkıntılar ön plana çıkmaktadır (Arslan & Altun, 2007). Özetle, problem çözme konusunda yaşanan zorlukların en temelde strateji geliştirme ve kullanma ile üst-bilişin işe koşulması hususlarındaki yetersizliklerden kaynaklandığı söylenebilir (Mevarech & Kramarski, 1997; Schoenfeld, 1992).

Strateji karşılaşılan bir sorunsalı çözüme kavuşturmak için takip edilen yöntem ile bu çerçevede işe koşulan düşünce sistemlerinin bileşiminden oluşan bilişsel bir yaklaşım olarak ifade edilebilir. Bu çerçevede kullanılan formüller, kurallar ve bağıntılar ise stratejilerin uygulamaya konulması için yararlanılan araçlardır. Örneğin, geriye doğru çalışma stratejisi (working backwards), sonuç bilgileri bilinen ancak başlangıç bilgileri bilinmeyen problemlerin çözümünde kullanılabilir. Bu stratejinin temel mantığı sonuç bilgilerinden yola çıkarak veriler/değişkenler arasındaki anlamsal ilişkilerin sondan başa doğru çözümlenmesini içermektedir (Tertemiz & Çakmak, 2004). Bu ise ters işlem kuralının ötesinde daha derinlikli bir mana içerir. Bu nedenle, stratejilerin araçlar üzerinden kurallaştırılması – örneğin, geriye doğru çalışma stratejisinin, topla derse çıkar, çarp derse böl şeklinde işlem temelli bir mantığa indirgenmesi – öğrencileri hataya sevk edebilmektedir (İskenderoğlu, Altun, Akbaba & Olkun, 2004). Esasında, problem çözme stratejileri, temel ve yardımcı stratejiler diye iki grupta tasnif edilebilir (Bayazıt & Aksoy, 2010). Temel stratejiler problem çözme sürecinde işe koşulan matematiksel mantık ve düşünce süreçleri ile alakalı iken yardımcı stratejiler bu mantık ve düşünlerin uygulama araçları olarak kabul edilebilir. Örneğin, örüntü arama-bağıntı bulma stratejisi bir veri setinin elemanları arasındaki anlamsal ilişkilerin incelenip tespit edilmesi (değişkenler arasındaki anlamsal örgünün anlaşılması) ve tümevarımsal bir yaklaşımla bu ilişkiler ağının genelleştirilerek tek bir bağıntıyla ifade edilmesini içerir ki bu yönüyle temel bir stratejidir. Bu süreçte verileri organize etmek ve aralarındaki ilişkileri sağlıklı bir şekilde inceleyebilmek için tablo yapma, liste oluşturma veya şekil çizme stratejilerinden ise yardımcı stratejiler olarak yararlanılabilir. Stratejiler problem hikâyesinde verilen bilgiler arası ilişkilerin araştırılması ve organize edilmesi, çözüm sürecinde işe koşulacak düşünce ve yaklaşımların tespiti ve sürecin sistemli bir şekilde yürütülmesi açılarından önem arz etmektedir. Yapılan çalışmalar öğrencilerin strateji kullanma yetkinlikleri ile problem çözme başarıları arasında pozitif bir ilişkinin varlığını ortaya koymaktadır (Cai 2003; Kantowski, 1977). Özellikle stratejiler arasında geçişler yapabilmenin, birden fazla stratejiyi ilişkilendirerek kullanabilmenin ve stratejileri problemin ilişkili olduğu bağlamdan kaynaklanan özgün koşulları karşılayacak şekilde adapte ederek kullanabilmenin başarı üzerindeki rolüne işaret edilmektedir (Demetriou, 2004; Kreams, 1995).

Problem çözme sürecinde başarıyı belirleyen bir diğer önemli faktör ise problem çözücünün öz-düzenleme yapabilme yeteneğidir (Schoenfeld, 1992). En genel manasıyla öz-düzenleme, bireyin bir görevi yerine getirirken veya bir sorunsalı çözerken işe koştuğu düşünce ve yaklaşımlar üzerinde düşünebilme, geçmişten getirdiği bilgi ve zihinsel yapılar üzerinde oto-kritikler yapabilme, bunun neticesinde de dışarıdan yardım almadan kendi hata ve yanlışlarını tespit edip düzeltebilme yeteneği olarak tarif edilebilir. Daha öz bir ifadeyle öz-düzenleme bireyin bilişsel ve üst-bilişsel düşünce süreçlerini kontrol edebilme yeteneği olarak ifade edilebilir (Zimmerman, 2000). Bireyin kendi düşünceleri üzerinde düşünebilme yeteneği (thinking about one's own thoughts) olarak tanımlanan üst-bilişi (metacognition) (Flavell, 1976) oluşturan iki temel bileşenden bir tanesi öz-düzenlemedir. Üst-bilişi oluşturan bir diğer bileşen (veya alt düşünce süreci) ise öz-takiptir. Öz takip, genel olarak bir problemin çözümünü sürecinde işe koşulan düşüncenin mantık sorgulamasına tabi tutularak kontrollü bir şekilde yürütülmesini ifade eder (a.g.e). Öz-takip neticesinde tespit edilen hataların düzeltilmesi için düşüncenin yeniden organize edilmesi ve bu bağlamda işe koşulan strateji ve taktiklerin revize edilerek çözüm sürecine devam edilmesi ise daha çok öz-düzenlemeyle alakalıdır (Falvell, 1976; Zimmerman, 2000). Normal düşüncenin işleyişinde geçmiş bilgi ve zihinsel yapıların sorgulamaya tabi tutulmadan rutinin akışı içerisinde işe koşulması söz konusudur. Öz-düzenlemenin işleyişinde ise geçmiş bilgi ve yapılar eldeki problemin bağlamından kaynaklanan özgün koşullar gözetilerek amaç doğrultusunda yeniden düşünce süzgecinden geçirilir ve yeni durumu karşılayacak şekilde uyarlanarak kullanılır. Bu nedenle, üst-biliş ve bu düşünce türünün temel bileşeni olan öz-düzenleme üst düzey zihinsel bir yetenek olarak kabul edilmektedir. Üst-bilişin etkili

kullanımı problemin anlaşılması, amacın tanımlanması, problem durumunun zihinde modellenmesi, strateji seçimi ve kullanımında doğru kararların verilmesi, çözüm sürecinde işe koşulan düşüncenin sürekli kritik edilerek kontrollü bir şekilde yürütülmesi, çözüm sürecinin ve elde edilen sonucun doğruluğunun kontrol edilmesi açılarından büyük önem arz etmektedir (Sternberg, 2003).

Özetle, strateji kullanma ve öz-düzenleme yapabilme becerilerinin incelenmesi öğrencilerin problem çözme sürecinde yaşadıkları zorlukların tespiti ve çözüm önerilerinin getirilmesi için önem arz etmektedir. Buraya kadar sunulan bilgilerden problem çözme sürecinde strateji ve üst-biliş kullanımı konularında yabancı araştırmacılar tarafından çok sayıda çalışma yapıldığı anlaşılmaktadır. Ülkemizde yapılan çalışmaların ise öğrencilerin problem çözme sürecinde strateji kullanma yeterlikleri konusunda yoğunlaştığı görülmektedir (Bal & Karacaoğlu, 2017; Durmaz & Altun, 2014; Kükey, Aslaner & Tutak, 2019; Temel & Altun, 2020). Üst-bilişle ilgili çalışmalarda ise genellikle öğrencilerin üst-bilişsel yeterlikleri hakkındaki farkındalıkları veya üst-biliş ile öz-yeterlik, düşünme ihtiyacı ve problem çözme algısı türünden değişkenler arasındaki ilişkilerin nicel yöntemler ile incelendiği görülmektedir (Kaplan & Duran, 2015; Karakelle, 2012; Oğuz & Kutlu-Kalender, 2018). Strateji kullanımı ve öz-düzenleme konularının birlikte ele alındığı ve bunlar arasındaki ilişkilerin incelendiği nitel desenli araştırmalar noktasına ulusal literatürde ciddi bir eksikliğin olduğunu söyleyebiliriz. Söz konusu alandaki boşluğu doldurmak için bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin rutin olmayan problemlerin çözümünde strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma becerileri ile bunlar arasındaki ilişkilerin nitel yöntemlerle incelenmesi hedeflenmiştir. Çalışmada aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

- 1- Katılımcı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde strateji kullanma becerileri nasıldır ve ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
- 2- Katılımcı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümü sürecinde öz-düzenleme yapabilme becerileri nasıldır?
- 3- Rutin olmayan problemlerin çözümünde öğrencilerin strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma yeterlikleri arasında nasıl bir ilişki söz konusudur?

## 2. Yöntem

Strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma tamamen biliş temelli süreçler olduğu için bu süreçleri bireylerin nasıl işleteceğini öngörmek mümkün değildir (Schoenfeld, 1992). Bu nedenle, araştırma konusunu doğal ortamında ve katılımcıların perspektifinden inceleyebilmek, '*neden*', '*niçin*' ve '*nasıl*' sorularına yanıt oluşturabilecek nitel bilgi ve bulgulara ulaşabilmek için eldeki çalışmada örnek olay (durum çalışması) metodu kullanılmıştır (Yin, 2003). Araştırma Kayseri İli merkezindeki üç farklı devlet okulunda öğrenim gören 82'si 7. sınıf ve 78'i 8. sınıf öğrencisi olmak üzere toplam 160 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Problem çözme, matematiksel kavramların ve düşüncelerin kullanıldığı genel karakterli uygulama etkinlikleridir. Diğer matematik konularında olduğu gibi öğrenim ve öğretimi belli bir sınıf seviyesine indirgenemez. Bu nedenle çalışmanın 7. ve 8. sınıf öğrencileri ile yürütülmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Bununla çalışmanın amaçları doğrultusunda daha zengin ve çeşitlilik içeren bilgi ve bulgulara ulaşılması hedeflenmiştir. Araştırmada kullanılan problemlerin içerik ve zorluk dereceleri açılarından her iki sınıf düzeyine uygunluğu konusunda matematik eğitimcilerinin ve uzman matematik öğretmenlerinin görüş ve düşüncelerine başvurulmuştur. Zaman, ekonomi ve ulaşılabilirlik gibi faktörler gözetilerek okulların ve öğrencilerin seçiminde amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. Bu süreçte İl ve İlçe Millî Eğitim Müdürlüğü'ndeki yetkililerin ve Okul Müdürlerinin görüşlerine başvurularak matematik başarıları itibarıyla farklı seviyelerden katılımcıların içerilmesine özen gösterilmiştir.

Veriler yazılı sınav ve yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilmiştir. Yazılı sınavda katılımcılara altı adet rutin olmayan problem yöneltilmiştir (bakınız, Tablo 1). Bu problemlerden iki tanesi literatürden (Bayazit & Aksoy, 2010; Yavuz, 2006) uyarlanarak alınmış, geri kalanlar ise sıra dışı problemlerin özellikleri ve çalışmanın amaçları göz önünde bulundurularak araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Problemlerin geliştirilmesi sürecinde, problem çözme konusunda uzman matematik eğitimcilerinin görüşlerine başvurulmuştur. Matematiksel yapıları incelendiğinde problemlerden her birinin çözümünün en az iki strateji kullanımına imkân tanıdığı açıkça anlaşılmaktadır. Bunun yanı sıra katılımcı grup için araştırmada kullanılan problemlerin orta ve üzeri zorluk derecesine sahip oldukları da söylenebilir. Çözüm sürecinde hata ve yanlışlıkların yapılması öngörüldüğü ve yapılan hataların düzeltilebilmesi için birden fazla strateji kullanılabilmesi için problemlerin öz-düzenlemeye imkân tanıyan nitelikte sorular olduğu düşünülmüştür. Soruların güvenilirlik ve geçerliğini test etmek için ana çalışmadan önce 7. ve 8. sınıf öğrencilerinden oluşan 40 kişilik eş-değer bir grup üzerinde pilot çalışma yürütülmüş ve seçilen üç öğrenciyle de görüşmeler yapılmıştır. Pilot çalışmanın sonuçları doğrultusunda sorular üzerinde dilsel açıdan küçük düzeltmeler yapılmış ve ana çalışma sürecinde dikkat edilmesi gereken hususlara ilişkin notlar alınmıştır.

Tablo 1. Araştırmada kullanılan problemler ve çözüm sürecinde işe koşulabilecek stratejiler

Kısa Adı	Problem	Kullanılabilecek Stratejiler
<b>Yaş problemi</b>	Ahmet ile annesinin yaşları toplamı 30 dur. Annesinin yaşı Ahmet'in yaşının 5 katıdır. Kaç yıl sonra annesinin yaşı Ahmet'in yaşının 3 katı olur?	İşlem seçme, Deneme-yanılma, Denklem kurma, Liste yapma
<b>Havuz problemi</b>	Berke havaların ısınması ile birlikte ailesine serinlemek için havuza girmek istediğini söylemiştir. Evlerinin bahçesinde bulunan havuzun 2/8'i su ile doludur. Havuza 140 litre daha su ilave edildiğinde havuz hacminin 1/8'i taşmaktadır. Havuzun hacmi kaç litredir?	İşlem seçme, Denklem kurma, Şekil çizme
<b>Hız Problemi</b>	Ahmet ve Cem seyahat etmeyi seven iki arkadaştır. Bu iki arkadaştan Ahmet İstanbul'dan, Cem ise Ankara'dan yola çıkarak Bolu'da kamp yapmaya karar veriyorlar. Ahmet kendi aracı ile saatte 120 km hızla, Cem ise otobüs ile Bolu'ya doğru yol alıyor. Aralarında 540 km mesafe bulunan arkadaşlar 3 saat sonra Bolu'da buluştuklarına göre otobüsün saatteki hızı kaç km dir?	İşlem seçme, Denklem kurma, Şekil çizme
<b>Alan Problemi</b>	Kısa kenarı 4 metre, uzun kenarı 12 metre olan dikdörtgen şeklindeki masanın yüzeyini boyamak için 12 kg boya gerekmektedir. Buna göre kısa kenarı 2 metre ve uzun kenarı 6 metre olan dikdörtgen şeklindeki masanın yüzeyini boyamak için kaç kg boya gerekir?	İşlem seçme, Denklem kurma (Orantı algoritması yazma), Şekil çizme
<b>Tokalaşma Problemi</b>	Ayşe'nin doğum günü partisine Ayşe ile birlikte 5 kişi katılmıştır. Partiye katılan her kişi diğerleri ile el sıkıştığına göre toplam kaç el sıkışması olmuştur? (Bayazıt & Aksoy'dan (2010) uyarlanarak alınmıştır)	İşlem seçme, Liste Yapma, Şekil çizme, Örüntü arama/Bağıntı bulma
<b>Kuyu Problemi</b>	10 metre derinliğindeki bir kuyunun dibinde bulunan bir kurbağa kuyudan çıkabilmek için çabalamaktadır. Her sıçrayışında 4 metre yükselen kurbağa, duvarın kaygan olması nedeni ile 1 metre aşağıya kayıyor. Bu kurbağa kaçınıcı sıçrayışında kuyudan çıkar? (Yavuz'dan (2006) uyarlanarak alınmıştır.)	İşlem seçme, Şekil çizme, Örüntü arama/Bağıntı bulma

Ana çalışma kapsamında ilk olarak yazılı sınav uygulanmıştır. Yazılı sınav okullarda birer gün arayla araştırmacılar tarafından uygulanmıştır. Tek oturumda gerçekleştirilen sınavlar yaklaşık 60-80 dakika sürmüştür. Öğrencilerin birbirlerinden etkilenmemeleri için gerekli önlemler alınmıştır. Katılımcılardan her bir soruyu değişik yollardan ve en az iki farklı strateji kullanarak çözmeleri istenmiş; bu konuda öğrenciler cesaretlendirilmiştir. Böylece öğrencilerin kullandıkları strateji çeşitleri ve hangi stratejilere öncelik verdiklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca, öz-düzenleme becerilerini gözlemleyebilmek için öğrencilerden fark etmeleri durumunda yapmış oldukları yanlış ve hatalı çözümleri silmemeleri, üzerini kalemlerle çizerek bırakmaları ve doğru bildikleri şekilde çözüme devam etmeleri istenmiştir. Bununla öğrencilerin düşünce süreçlerini takip edip etmedikleri, hatalarını tespit edip edemedikleri ve yaptıkları hataları nasıl düzelttiklerine ilişkin verilerin elde edilmesi amaçlanmıştır.

Yazılı sınavdan sonra sekiz öğrenciyle yarı-yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu öğrenciler yazılı sınav kâğıtlarının ön analiz sonuçlarına göre seçilmiştir. Bu süreçte çözüm yollarının özgünlüğü, kullandıkları stratejilerin çeşitliliği ve bu stratejilerin gerektirdiği düşünce derinliği, öz-düzenleme yapıp yapmadıkları gibi hususlar dikkate alınmıştır. Mülakatlarda yazılı sınavda kullanılan sorular öğrencilere teker teker yöneltilerek çözmeleri istenmiştir. Gelen yanıtlara göre yeni sorular yöneltilerek görüşmenin akışı sağlanmış; klinik mülakat (Gingsburg, 1981) tekniğinin öngörülleri doğrultusunda *neden, niçin ve nasıl* içerikli sorular yöneltilerek öğrencilerin düşünce süreçlerine ulaşmaya çalışılmıştır. Her bir öğrenciyle yapılan mülakat yaklaşık 60 dakika sürmüştür. Katılımcıların rızası alınarak görüşmeler ses kayıt cihazıyla kaydedilmiş; ayrıca, önemli noktalara ilişkin mülakat esnasında veya sonrasında araştırmacı tarafından notlar alınmıştır.

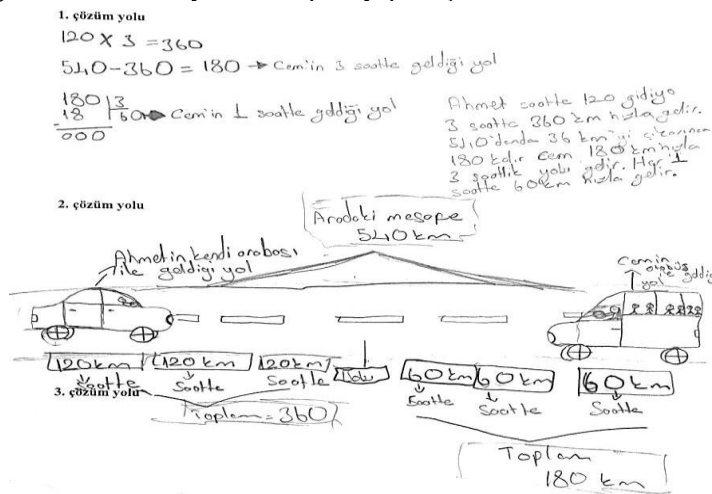
### 2.1. Veri Analizi

Verilerin analizinde strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma konularında yapılan çalışmalardan (Altun & Arslan, 2006; Lesh & Harel, 2003; Polya, 1973; Mayer, 1998; Mevarech, 1999; Reusser & Stebler, 1997; Verschaffel, Decorte & Lasure, 1994) genel manada teorik çerçeve olarak yararlanılmıştır. Veri analizi sürecinde üye kontrolü metodu kullanılmış (Miles & Huberman, 1994); üretilen kodlar ve kategoriler konunun uzmanı eğitimcilerle tartışılarak araştırmacılar tarafından kaynaklanması muhtemel sınırlılıkların önüne geçilmeye çalışılmıştır. Nitel karakterli olması

sebebiyle araştırmada dış güvenilirliğin sağlanması hedeflenmemiştir (Phillips & Hardy, 2002); dolayısıyla araştırma bulgu ve sonuçların katılımcılar dışındaki bir kitleye genellenmesi gibi bir amaç söz konusu değildir. Ancak, bu sınırlılığın üstesinden gelmek için veri toplama ve analiz süreçlerinin detaylı bir şekilde izahına özen gösterilmiştir. İç geçerliliği sağlamak için ise ilgili kısımlarda yazılı sınav ve mülakatlardan alıntılar paylaşılmış; yapılan yorumlarda söz konusu alıntıların içeriğine bağlı kalınmış ve genellemelerden kaçınılmıştır.

Veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak çözümlenmiştir (Miles & Huberman, 1994; Phillips & Hardy, 2002). Çok yönlü ve katmanlı bir şekilde işletilen bu süreçte ilk olarak öğrencilerin yazılı sınavda her bir soru için üretmiş oldukları cevaplar tekraren ve detaylı bir şekilde incelenmiştir. Yapılan çözümün doğruluğu, kullanılan stratejilerin çeşitliliği ve varsa öz-düzenleme yapıp yapmadıklarına dair kısa notlar alınmıştır. Tespit edilen anlam birimleri bir sonraki aşamada kısa kodlarla ifade edilmiştir. Bu süreçte dışarıdan hazır kod kullanılmamış; çözüm sürecinde sergilenen düşüncenin niteliğini, kullanılan stratejilerin özgünlüğünü ve çeşitliliğini, varsa yapılan öz-düzenlemelerin niteliğini yansıtacak şekilde kodlar ortamdan üretilmiştir. Bu bağlamda, mantık hatası içermeyen ve çözüm süreci anlamlı bir şekilde yürütülerek sonuçlandırılan çözümler Başarılı (BL); işlem veya mantık hatalarından ötürü yanlış sonuçların üretildiği çözümler ise Başarısız (BS) olarak kodlanmıştır.

Yapılan incelemelerde problemleri yanlış çözen öğrencilerin tamamının tek strateji kullandıkları, yanlışlarını gidermek için öz-düzenleme yapma çaba ve gayreti içerisine girmedikleri görülmüştür. Bu sebepten ötürü ikinci aşamada doğru yanıtlar üzerine odaklanılmış ve yapılan çözümler daha derinlemesine analiz edilmiştir. Bu aşamada kullanılan stratejiler ve öz-düzenleme yapıp yapılmadığına ilişkin hususlar üzerine odaklanılmıştır. Kullanılan strateji sayıları belirlenmiş ve yapılan tespitler Bir Strateji (1-ST), İki Strateji (2-ST) ve Üç Strateji (3-ST) şeklinde kodlanmıştır. Problemlerin karakterleri değiştiği için öğrencilerin çözüm sürecinde kullandıkları stratejilerinde farklılaştığı görülmüştür. Kullanılan stratejileri tespit etmek için şu tür kodlar üretilmiştir: İşlem Seçme Stratejisi (İŞL-SEÇ), Şekil Çizme Stratejisi (ŞEK-ÇİZ), Denklem Kurma Stratejisi (DENK-KUR), Deneme-Yanıma Stratejisi (DEN-YAN), Örüntü Aram/Bağıntı Bulma Stratejisi (ÖR-ARA/BAĞ-BUL), Sistemantik Liste Oluşturma Stratejisi (SİS-LST). Kullanılan strateji sayısına ve türüne bakılmaksızın öz-düzenleme yapıldığı anlaşılan çözümler ise Öz-Düzenleme Var (ÖDV), öz-düzenleme içermeyen çözümler ise Öz-Düzenleme Yok (ÖDY) şeklinde kodlanmıştır. İleriki aşamalarda ise aralarındaki anlamsal ilişkiler gözetilerek ana tema olarak yakın olan kodlar birlikte değerlendirilmiş ve genel kategoriler altında toplanmıştır. Örneğin, hız problemi için yazılı sınavdaki 118 numaralı öğrencinin üretmiş olduğu çözüm (bakınız, Alıntı 1) başarılı olduğu, çözümde iki farklı strateji (işlem seçme ve şekil çizme stratejileri) kullanıldığı ve öz-düzenleme içermeyen için BL/2-ST (İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ)/ÖDY şeklinde genel bir kategori altında değerlendirilmiştir. Bu noktada işlem seçme stratejisinin sadece aritmetiksel operasyonlar kullanılarak yapılan çözümleri içerdiğini belirtmek isteriz. Alıntı 1'de ilk olarak yapılan çözüm işlem seçme stratejisinin tipik bir örneğidir. Analiz sürecinin son aşamasında ise üretilen kategorilere numerik değerler atanarak SPSS programına girilmiş, elde edilen bulguların frekans ve yüzde hesapları yapılmıştır.



Alıntı 1. Hız problemi için işlem seçme ve şekil çizme stratejilerinin kullanıldığı, öz-düzenleme içermeyen örnek bir çözüm [Ö-118]†.

† [Ö-118]: Yazılı sınavdaki 118 numaralı öğrenciyi göstermektedir.

Mülakat verilerinin çözümlenmesinde, yazılı sınav kâğıtlarının analizinde takip edilen yöntem ve yaklaşımlar benzer şekilde uygulanmıştır. İlk olarak ses kayıt cihazlarına depolanmış verilerin yazılı dökümü yapılarak birkaç kez incelenmiştir. Öğrencilerin her bir sorunun çözümünde sergiledikleri düşünce ve yaklaşımlara ilişkin kısa notlar alınmış; kullanılan stratejiler, stratejiler arası geçişler, öz-düzenleme emareleri ve işe koşulan düşüncenin niteliğine ilişkin saptamalar yapılmış, tespit edilen düşünce birimleri kısa kodlarla ifade edilmiştir. İleriki aşamalarda ise anlamsal açıdan benzer olan kodlar aynı grup altında toplanarak genel kategoriler oluşturulmuştur. Ortaya çıkan ihtilaflar alanda uzman diğer eğitimcilerin görüşlerine başvurularak araştırmacılar arasında mutabakatla çözümlenmiştir.

### 3. Bulgular

Araştırma bulguları, rutin olmayan problemlerin çözümünde katılımcıların büyük çoğunluğunun tek bir strateji kullanmayı tercih ettiklerini, bunların ise genelde geçmiş öğrenim yaşantılarından bildikleri işlem seçme ve denklem kurma stratejileri olduğunu ortaya koymaktadır. Öğrencilerin süreç değil, sonuç eksenli problem çözme alışkanlığına sahip oldukları, doğru çözümü edindiklerini düşündükleri anda başka bir strateji kullanmaya gerek duymadan çözüm sürecini sonlandırdıkları anlaşılmaktadır. Üretilen çözümlerin büyük çoğunluğunda öz-düzenleme yapıldığına dair işaretlere rastlanmamıştır. Bu durum katılımcıların rutin olmayan soruların çözümünde işe koştukları düşünce süreçlerinin ve yürüttükleri işlemlerin doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymadıklarına işaret etmektedir. Nitel bulgular öğrencilerin kullandıkları stratejiler arasındaki anlamsal ilişkileri kavramada yetersiz kaldıklarına, strateji kullanmadaki yeterlikleri ile öz-düzenleme yapma becerileri arasında ise bir paralelliğin olduğuna işaret etmektedir. Yazılı sınavda, yaş ve havuz problemleri hariç diğer tüm problemler için başarı oranının %50'nin altında kaldığı görülmektedir (bakınız, Tablo 2). Bu durum katılımcıların rutin olmayan problemlerin çözümünde yeterince başarılı olamadıklarını göstermektedir.

Tablo 2. Katılımcıların başarı durumuna ilişkin yazılı sınav bulguları

Başarı Durumu	Yaş Problemi	Havuz Problemi	Hız Problemi	Alan Problemi	Tokalaşma Problemi	Kuyu Problemi
Başarılı	%59,4	%51,2	%41,9	%35,6	%49,4	%26,9
Başarısız	%40	%43,8	%53,1	%60	%46,2	%68,1
Yanıt yok	%0,6	%5	%5	%4,4	%4,4	%5
Toplam	%100	%100	%100	%100	%100	%100

Yapılan incelemelerde başarısızlığın temel sebebinin yapılan kavramsal hatalardan, yani çözüm sürecinde işe koşulan matematiksel mantık hatalarından kaynaklandığı anlaşılmıştır. Sorular bazında değişiklik göstermekle birlikte kavramsal hatalar, soru hikâyesindeki bilgilerin anlaşılmasından, bunlar arasındaki anlamsal ilişkilerin kurulamamasından ve uygun şekilde matematiksel dile aktarılamamasından kaynaklanan hataları içermektedir. Katılımcı grubun yaş ve sınıf seviyeleri göz önüne alındığında diğerlerine nispeten bilişsel açıdan daha düşük zorluk derecesine sahip yaş probleminde dahi %40'lık bir kesimin başarısız olduğu görülmektedir. Bulgular yaş problemi özelinde başarısızlığın temel sebebinin değişkenler arası (anne ve çocuğunun yaşları arasındaki) ilişkilerin yanlış kurgulanmasından kaynaklandığını göstermektedir. Özellikle işlem seçme stratejisiyle çözüm yapanların bu tür hataları çok sık yaptıkları görülmüştür. Yazılı sınavda 160 katılımcıdan 53 tanesinin sadece işlem seçme stratejisiyle çözüm yaptığı ancak bunlardan 43 tanesinin (bu stratejiyi kullananların %81'inin, tüm katılımcıların ise %27'sinin) başarısız olduğu görülmüştür. Bu kategorideki çözümlerin tipik bir örneği Alıntı 2'de sunulmuştur. Çözümde öğrencinin anne ile çocuğunun yaşları arasındaki kat ilişkisini birlikte değerlendirmedigi; sadece annenin yaşını tanımlamak için kullanılan '5 kat' ifadesine yoğunlaştığı ve bu sayısal değeri esas alarak çözüm yaptığı açıkça anlaşılmaktadır.

#### 1. çözüm yolu

$$\begin{aligned}
 30:5 &= 6 = \text{Ahmet'in 54 or ki yaşı} \\
 30 - 6 &= 24 \text{ ornesinin yaşı} \\
 \left. \begin{array}{l} 6 + 3 = 9 \\ 24 + 3 = 27 \end{array} \right\} & 3 \text{ yıl sonra}
 \end{aligned}$$

Alıntı 2. Yaş problemi için işlem seçme stratejisinin kullanıldığı, kavramsal hata içeren örnek bir çözüm [Ö-106].

Birden fazla strateji kullanan %12,6'lık kesimin yaptığı çözümlerin tamamı başarılı bulunmuştur. Sadece denklem kurma stratejisini kullananların sayısı 76 olup tüm katılımcıların %47,5'ini oluşturmaktadır. Bu stratejiyle çözüm yapanların ise %72'sinin (76 öğrenciden 55 tanesinin) başarılı oldukları görülmüştür. Bu soru özelinde denklem kurma stratejisinin başarılı bir şekilde kullanılmasının sebebi anne ile çocuğunun yaşları arasındaki kat ilişkisinin atanan değişkenler üzerinden kolayca kurulabilmesine imkân vermesi olabileceği gibi okul matematiği kapsamında bu tür yaş problemlerinin çözümünde söz konusu stratejinin çok yaygın olarak kullanılması şeklinde de yorumlanabilir. Aşağıdaki alıntıda ilk olarak denklem kurma stratejisinin başarılı bir şekilde kullanıldığı; ikinci çözümde ise yaşları temsilen birim modellerin kullanıldığı ve bunlara değer atanarak işlemler yapıldığı görülmektedir.

1. çözüm yolu

$$\begin{array}{l} \text{Anne} = 5x \\ \text{Ahmet} = x \end{array} \rightarrow 6x \quad \begin{array}{l} 30 = 6x \\ 5 = x \end{array}$$

5 yıl sonra... Anne = 30, Ahmet = 10

Cevap = 5

2. çözüm yolu (3. Sınıf hocama selamla)

Anne → H H H H H → 5.5 = 25  
Ahmet → H → 1.5 = 5

30 = 6H  
5 = H

5 yıl sonra...  
Anne = 30, Ahmet = 10

Cevap = 5

Alıntı 3. Yaş problemi için birden fazla stratejinin kullanıldığı başarılı bir çözüm örneği [Ö-9].

Daha genel manada, yazılı sınav ve mülakat bulguları başarısızlığın sebebinin öğrencilerin strateji kullanma ve öz-düzenleme yapmadaki yetersizliklerinden kaynaklandığına işaret etmektedir. Yazılı sınav bulguları problemlerin çözümünde başarısız olan öğrencilerin tamamının tek strateji kullandıklarını ve öz-düzenleme yapma gereği duymadıklarını göstermektedir. Ayrıca, başarılı çözüm yapan öğrencilerin de kayda değer bir kısmının tek stratejiyle sonuca ulaştıkları görülmektedir. Her bir soru için yazılı sınavda kullanılan strateji çeşitliliğine ilişkin istatistiksel bilgiler Tablo 3' de görülmektedir. Sorulardan her birinin iki ve daha fazla strateji kullanımına imkân tanınmasına ve yazılı sınavda öğrenciler bu hususta cesaretlendirilmiş olmalarına rağmen tek strateji kullanımının bu denli yüksek olması dikkat çeken bir husustur.

Tablo 3. Kullanılan strateji çeşitliliğine ilişkin yazılı sınav bulguları

Strateji Sayısı	Yaş Problemi	Havuz Problemi	Hız Problemi	Alan Problemi	Tokalaşma Problemi	Kuyu Problemi
1 ST	%87	%70,8	%79,4	%91,2	%83,7	%89,5
2 ST	%11,3	%21,9	%12,6	%4,4	%11,9	%5,6
3 ST	%1,3	%2,5	%3,1	-	-	-
Yanıt yok	%0,6	%5	%5	%4,4	%4,4	%5
<b>Toplam</b>	<b>%100</b>	<b>%100</b>	<b>%100</b>	<b>%100</b>	<b>%100</b>	<b>%100</b>

Problemler bazında değişiklik arz etmekle birlikte katılımcıların ağırlıklı olarak işlem seçme stratejisini kullanmayı tercih ettikleri ve bunu sırasıyla şekil çizme ve denklem kurma stratejilerinin izlediği görülmektedir (bakınız, Tablo 4). Yaş probleminde %42'lik bir kesim işlem seçme stratejisini kullanırken diğer tüm sorular için katılımcıların yarısından fazlasının bu stratejiyi kullandığı, hız ve alan problemlerinde ise bu oranın %80'lerin üzerine çıktığı görülmektedir. Bu noktada şu hususun altını çizmek isteriz. Tablo 4'de sorular bazında kullanılan stratejilere ilişkin yüzdeler toplamı %100 oranını aşabilmektedir; örneğin, havuz probleminde bu oran %122 ye çıkmaktadır; bu durum kimi öğrencilerin işlem seçme-şekil çizme veya işlem seçme-denkleme kurma stratejilerini birlikte kullanmış olmasından kaynaklanmaktadır.



Tablo 4. Kullanılan strateji türlerine ilişkin yazılı sınav bulguları

Strateji Türleri	Yaş Problemi	Havuz Problemi	Hız Problemi	Alan Problemi	Tokalaşma Problemi	Kuyu Problemi
İşl-Seç	%42	%72,6	%88,2	%84,3	%64,9	%58,8
Şek-Çiz	-	%43,9	%20,7	%15,7	%26,3	%41,9
Denk-Kur	%59,5	%5,6	%5	-	-	-
Den-Yan	%12	-	-	-	-	-
Sis-Lis	-	-	-	-	%16,4	-

Bulgular katılımcıların işlem seçme stratejisini tercih etme noktasında çok güçlü eğilimlerinin olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Hız probleminde katılımcıların %74'ünün sadece işlem seçme stratejisini kullandıkları ve bunların yarıdan fazlasının (%64'ünün) başarısız olduğu görülmüştür. Tokalaşma probleminde katılımcıların %58'i sadece işlem seçme stratejisini kullanmış ve bunlarında yine yarıdan fazlası (%65'i) başarısız olmuştur. Kuyu problemi içinde benzer durum söz konusudur. %53 lük bir kitle tek strateji olarak işlem seçme stratejisini kullanmış ve bunların %82'si yanlış çözümler yapmıştır. Bulguların net olarak ortaya koyduğu sonuç tüm sorular bazında çözüm sürecinde sadece işlem seçme stratejisini kullananların büyük çoğunluğunun başarısız oldukları gerçeğidir.

Katılımcıların ağırlıklı olarak işlem seçme stratejisini tercih etmeleri, esasında eldeki sorunun matematiksel yapısına uygun stratejileri seçme ve kullanma noktasında yetersiz kaldıklarına işaret etmektedir. Yazılı sınav ve mülakat bulguları bu durumu açıkça ortaya koymaktadır. Bu bağlamda Alan Problemi uygun bir örnek teşkil etmektedir. Bu sorunun çözümü en temelde orantısal akıl yürütmenin işe koşulmasını gerektirmektedir; ancak bulgular bu düşünce tarzını düz mantıkla ve aritmetik işlemler üzerinden uygulamaya koyan öğrencilerin yanlış çözümler yaptıklarını göstermektedir. Yazılı sınavda öğrencilerin %80'i (160 öğrenciden 128 tanesi) sadece işlem seçme stratejisiyle çözüm yapmış ve bunların %61'i (tüm katılımcıların %48'ine tekabül etmektedir) başarısız olmuştur. Aşağıda buna ilişkin örnek bir çözüm paylaşılmıştır. Bu alıntıdan öğrencinin kenar uzunlukları arasındaki doğrusal değişime yoğunlaştığı; kenarlardaki değişimin alana yansımalarını düşünmediği, doğru orantı mantığını problem bağlamıyla ilişkilendirmeden işe koşarak yanlış çözüm yaptığı anlaşılmaktadır.

2. çözüm yolu

$$\begin{array}{r} \text{Kısa k.} \\ 4 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Uzun k.} \\ 12 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Boyu} \\ 12 \text{ kg} \\ \hline 6 \end{array} \quad x=?$$

$$12 \div 2 = \underline{6 \text{ kg}}$$

Alıntı 4. Alan sorusu için işlem seçme stratejisinin kullanıldığı başarısız bir çözüm örneği [Ö-33].

Alan sorusunun çözümünde etkili stratejinin şekil çizme stratejisi, bir tür eldeki durumun modellenmesi, olduğu söylenebilir. Ancak, yazılı sınav sonuçları bu stratejiyi 160 öğrenciden 25 tanesinin kullandığını (18 öğrenci sadece şekil çizme, 7 öğrenci ise şekil çizme ve işlem seçme stratejilerini kullanmıştır), bunlarında 18'inin başarısız olduğunu göstermektedir. Yaptıkları çözümlerden bu öğrencilerin şekil çizme stratejisini eldeki soruyu anlama ve çözme amaçlı kavramsal bir araç olarak değil, rutinin bir parçası olarak işe koştukları anlaşılmaktadır. Alıntı 5'de öğrencinin kenar uzunlukları 4 ve 12 m olan masayı modellediği, ancak bu masanın kenar uzunluklarının yarıya indirilmesiyle oluşacak yeni masayı çizip masaların alanları arasında kıyaslama yapmadığı; aritmetiksel bir yaklaşımla ve kenar uzunlukları arasındaki 1/2 oranından hareketle yanlış çözüm yaptığı anlaşılmaktadır. Düşüncenin aracı olarak şekil çizme stratejisinin değil, bir önceki alıntıda olduğu gibi işlem seçme stratejisinin kullanıldığı açıktır.

1. çözüm yolu

$$4 \times 12 = 48$$

$$48 \div 2 = 24 \text{ kg}$$

Alıntı 5. Alan problemi için şekil çizme stratejisinin kullanıldığı başarısız bir çözüm [Ö-26].

Strateji kullanımındaki yetkinliğin çözüm sürecindeki başarıya etkileri konusunda kuyu problemi oldukça zengin bulgular üretmiştir. Bu problemin çözümünde kurbağanın her bir zıplayışta 4 m tırmandıktan sonra 1 m aşağıya kaydığı bilgisi göz önünde bulundurulması gereken bir husustur. Ancak, bundan çok daha önemlisi son zıplayışta kurbağanın kuyudan çıkmış olacağı ve bundan sonra aşağı kayma durumunun söz konusu olmadığı gerçeğidir. Gerçek yaşamdan kaynaklanan bu durumun anlaşılması için şekil çizme stratejisiyle kurbağanın kuyu içerisindeki yükseliş trendinin modellenmesinin etkili sonuçlar vereceği açıktır. Ancak, yazılı sınavda 85 öğrencinin (toplam katılımcıların %53'ünün) tek strateji olarak işlem seçme stratejisini kullandıkları, bunların ise %82'sinin (toplam katılımcıların %44'ünün) başarısız olduğu görülmüştür. İşlem seçme stratejisini kullananlardan sadece 15 öğrenci başarılı olabilmıştır. Bu soruda şekil çizme stratejisini kullananların nispeten daha başarılı çözümler yaptıkları söylenebilir. Yazılı sınavda 58 öğrenci sadece şekil çizme stratejisini kullanırken 9 öğrenci iki stratejiden biri olarak bu stratejiyi tercih etmiştir. Toplamda şekil çizme stratejisini kullanan 67 öğrencinin 28'i (şekil çizme stratejisini kullananların %42'sine tekabül etmektedir) başarılı çözümler yapmıştır. Şekil çizme stratejisinin etkili kullanımına ilişkin örnek bir çözüm Alıntı 6'da sunulmuştur. Öğrencinin ilk olarak işlem seçme stratejisini işe koştugu ancak yanlış çözüm yaptığı, ikinci çözümde şekil çizme stratejisini etkili bir şekilde kullanarak doğru sonuca ulaştığı, buradan yaptığı çıkarımlar sayesinde de ilk çözümündeki yanlışını fark ederek düzelttiği anlaşılmaktadır. Burada ortaya konulan şeklin içerik ve bağlam itibarıyla problem durumunu tam olarak karşıladığı ve stratejinin düşüncenin aracı olarak kullanıldığı gayet açıktır. Sunulan bu çözüm aynı zamanda stratejiler arası anlamsal ilişkiler kurabilen öğrencilerin dışarıdan müdahale olmadan yaptıkları yanlış fark edip düzeltebileceklerinin, yani öz-düzenleme yapabileceklerinin, tipik bir örneğidir.

1. çözüm yolu

$$\frac{4-1}{3} + \frac{4-1}{3} + \frac{4-1}{3} + \frac{4-1}{3} = 12 \quad \text{4. sıçrayışta çıkar}$$

2. çözüm yolu

x +  
x-1  
3x = 0

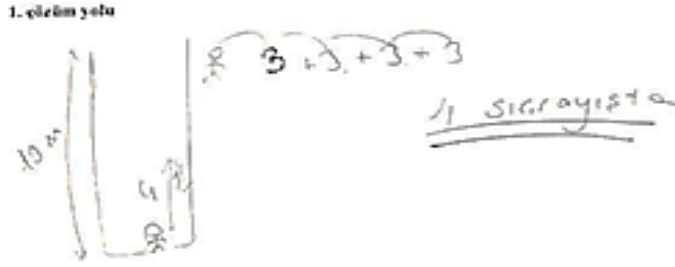
10 metre

3. sıçrayışta

$$\frac{4-1}{3} + \frac{4-1}{3} + \frac{4}{4} = 10 \quad \text{3. sıçrayış}$$

Alıntı 6. Kuyu problemi için işlem seçme ve şekil çizme stratejilerinin kullanıldığı ve öz-düzenleme içeren örnek bir çözüm [Ö-105].

Kuyu probleminin çözümünde şekil çizme stratejisini kullananların %58'inin başarısız olduğu da bir gerçektir. Bulgular bunun sebebinin söz konusu stratejinin problemin içeriğini ve bağlamını karşılayacak şekilde etkili biçimde kullanılamamasından kaynaklandığına işaret etmektedir. Aşağıdaki alıntı bu kategorideki çözümlerin tipik bir örneğini teşkil etmektedir. Yapılan çözümde kurbağanın tırmanış trendinin tam olarak modellenmediği, gerçek yaşamdan kaynaklanan ve çözüm için kritik olan son sıçrayışın düşünülmediği görülmektedir. Öğrencinin ilk 4 metrelik zıplayış ve sonrasında 1 metre geri kayıştan hareketle kurbağanın her sıçrayışta 3 metre yükseleceği çıkarımında bulunduğu, bundan sonrasında ise aritmetiksel akıl yürütmeyi işe koşarak 10 metre derinliğindeki kuyudan 4 sıçrayışta çıkabileceği sonucuna vardığı anlaşılmaktadır.



Alıntı 7. Kuyu problemi için şekil çizme stratejisinin kullanıldığı başarısız bir çözüm [Ö-36].

Bu çalışmanın bir diğer önemli amacı öğrencilerin rutin olmayan problemlerin çözümünde öz-düzenleme becerilerinin incelenmesi ve strateji kullanmadaki yetkinlikleri ile öz-düzenleme becerileri arasında nasıl bir ilişkinin olduğunun araştırılmasını içermektedir. Daha önce de belirtildiği üzere yazılı sınavda yanlış ve hatalı çözümler yapan öğrencilerin kâğıtlarında öz-düzenleme yaptıklarına ilişkin herhangi bir bulguya rastlanılmamıştır. Bu nedenle Tablo 5’de öz-düzenlemeyle alakalı sunulan bulgular sadece doğru yanıtların analizinden elde edilen istatistikî bilgileri içermektedir.

Tablo 5. Öz-Düzenlemeyle alakalı yazılı sınav bulguları.

Öz-Düzenleme Durumu	Yaş Problemi f (%)	Havuz Problemi f (%)	Hız Problemi f (%)	Alan Problemi f (%)	Tokalaşma Problemi f (%)	Kuyu Problemi f (%)
ÖD-V	28 (%29)	22 (%27)	13 (%19)	17 (%30)	32 (%40)	17 (%40)
ÖD-Y	67 (%71)	60 (%73)	54 (%81)	40 (%70)	47 (%60)	26 (%60)
<b>Toplam</b>	<b>95 (%100)</b>	<b>82 (%100)</b>	<b>67 (%100)</b>	<b>57 (%100)</b>	<b>79 (%100)</b>	<b>43 (%100)</b>

Kısaltmalar: ÖD-V: Öz-Düzenleme Var; ÖD-Y: Öz-Düzenleme Yok.

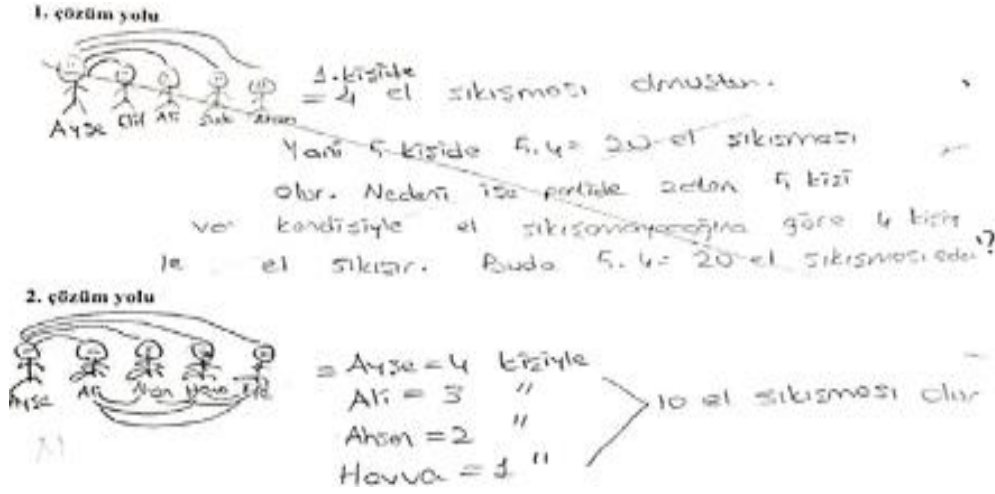
Her bir soru için yapılan doğru çözümler toplam veri havuzu olarak düşünüldüğünde oransal olarak %40 ile en fazla öz-düzenlemenin tokalaşma ve kuyu problemlerinin çözümünde yapıldığı görülmektedir. Tüm katılımcılar göz önüne alındığında ise bu oranın tokalaşma problemi için %20’ye kuyu problemi için ise %11’e karşılık geldiğini belirtmek isteriz. Diğer sorular için ise bu oranın çok daha düşük olduğu açıktır. Bu durum öğrencilerin dışarıdan bir yönlendirme olmadan kendi bilişsel süreçlerini takip ederek hatalarını düzeltme alışkanlıklarının oldukça zayıf olduğuna işaret etmektedir. Ayrıca analiz sonuçları öz-düzenleme yapan öğrencilerin çok büyük çoğunluğunun tek strateji ile çözüm yapan öğrenciler olduğunu göstermektedir (bakınız, Tablo 6). Tabloda görüldüğü üzere yaş probleminin çözümünde öz-düzenleme yapan 28 öğrenciden 22 tanesi tek strateji kullanırken alan sorusunda öz-düzenleme yapan 17 öğrenciden 16 tanesi tek stratejiyle çözüm yapmıştır.

Tablo 6. Kullanılan strateji sayıları ve öz-düzenleme durumuna ilişkin yazılı sınav bulguları.

	Yaş Problemi f (%)	Havuz Problemi f (%)	Hız Problemi f (%)	Alan Problemi f (%)	Tokalaşma Problemi f (%)	Kuyu Problemi f (%)
<b>1 ST-ÖDV</b>	22 (%79)	14 (%63)	11 (%85)	16 (%94)	28 (%87)	13 (%76)
<b>2 ST-ÖDV</b>	6 (%21)	7 (31)	2 (%15)	1 (%6)	4 (%13)	4 (%14)
<b>3 ST-ÖDV</b>	-	1 (%6)	-	-	-	-

Ancak bu sonuçlar tek strateji kullanan öğrencilerin öz-düzenleme yapma noktasında daha yetkin olduğu şeklinde yorumlanmamalıdır. Çünkü yazılı sınav ve mülakat bulguları birden fazla stratejiyi ilişkilendirerek kullanabilmenin öz-düzenleme yapabilmek için önemli olduğunu göstermektedir. Buna ilişkin yazılı sınavdan sunulan aşağıdaki alıntı (bakınız, Alıntı 8) incelendiğinde hem birinci hem de ikinci çözümde öğrencinin temel strateji olarak şekil çizme stratejisini kullandığı görülmektedir. Ancak, birinci çözümde ortaya koyduğu modeli yorumlarken aritmetiksel akıl yürütmeyi işe koşması nedeniyle ‘her kişinin kendisi dışındaki 4 kişiyle tokalaşacağı, bu nedenle de toplam  $5 \times 4 = 20$  tokalaşmanın yapılacağı’ şeklinde yanlış bir sonuca ulaştığı anlaşılmaktadır. Yaptığı çözümün üzerini çizmesi öğrencinin hatasını fark ettiğini göstermektedir. İkinci çözümde ise aynı şekli tekrardan çizdiği ancak bu sefer modeli

yorumlarken ‘her kişinin kendisinden sonrakilerle tokalaştıktan sonra süreçten çıkacağı’ düşüncesinden hareketle doğru sonuca ulaştığı anlaşılmaktadır. Burada şeklin hemen sağında her bir kişinin yapabileceği tokalaşma sayısını listelemiş olmasının, yani liste yapma stratejisini işe koşmuş olmasının, öğrencinin başarısında önemli bir etken olduğu düşünülebilir.



Alıntı 8. Tokalaşma problemi için şekil çizme ve liste yapma stratejilerinin kullanıldığı ve öz-düzenleme içeren örnek bir çözüm [Ö-101].

Öz-düzenleme yapma ve strateji kullanma becerileri arasındaki ilişkiler hususunda öğrencilerle yapılan görüşmeler daha aydınlatıcı bulgular ortaya koymuştur. Mülakat bulguları temelde öğrencilerin düşünceyi zorlayan sorular karşısında kendi düşünce süreçleri üzerinde düşünmeye başladıklarını, bilişsel süreçlerini daha kontrollü işlettiklerini ve hatalarını tespit ederek düzeltme yoluna gittiklerini göstermektedir. Ayrıca, stratejileri daha etkili bir şekilde kullandıklarını ve stratejiler arasında anlamsal ilişkiler kurma noktasında daha iyi başarı sergilediklerini göstermektedir. Tüm problemler bazında kullanılan strateji türleri ve öz-düzenleme durumuna ilişkin mülakat bulguları Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Kullanılan strateji türleri ve öz-düzenleme durumuna ilişkin mülakat bulguları

	Yaş Problemi	Havuz Problemi	Hız Problemi	Alan Problemi	Tokalaşma Problemi	Kuyu Problemi
<b>Emre</b>	DENK-KUR/ÖDV	İŞL-SEÇ/DENK-KUR*/ÖDV	İŞL-SEÇ/DENK-KUR/ÖDY	İŞL-SEÇ/ÖDY	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ/BAĞ-BUL*/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/BAĞ-BUL*/ÖDV
<b>Onur</b>	DENK-KUR/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	İŞL-SEÇ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ*/ÖDV
<b>Begüm</b>	DENK-KUR/İŞL-SEÇ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/DENK-KUR/ÖDY	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	İŞL-SEÇ/ÖDY	---
<b>Öykü</b>	DENK-KUR/ÖDV	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	İŞL-SEÇ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ İŞL-SEÇ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ İŞL-SEÇ/ÖDV
<b>Tuna</b>	DENK-KUR/DEN-YAN*/İŞL-SEÇ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/DENK-KUR/ÖDY	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	İŞL-SEÇ/ ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ İŞL-SEÇ/ÖDV
<b>Halit</b>	DENK-KUR/İŞL-SEÇ/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/DENK-KUR*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/DENK-KUR*/ÖDV	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ İŞL-SEÇ*/BAĞ-BUL*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ*/ÖDV
<b>Duru</b>	DENK-KUR*/İŞL-SEÇ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/ÖDY	ŞEK-ÇİZ/İŞL-SEÇ/DENK-KUR*/ÖDV	İŞL-SEÇ/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/SİS-LST/BAĞ-BUL*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ*/ÖDV
<b>Kaan</b>	DENK-KUR*/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ÖDV	İŞL-SEÇ/ÖDV	İŞL-SEÇ*/ŞEK-ÇİZ*/ÖDV	İŞL-SEÇ/ÖDV	ŞEK-ÇİZ/ÖDV

(\*) Yazılı sınavda kullanılmamış ya da yanlış kullanılmış olmasına rağmen mülakat sürecinde işe koşulan ve doğru kullanılan stratejileri göstermektedir. Söz konusu stratejiler katılımcılar tarafından tablodaki sunuş sırasında kullanılmıştır.

Tablodaki verilerden yazılı sınavda kullanılmamış olmasına karşın çok sayıda stratejinin mülakat esnasında işe koşulduğu veya yazılı sınavda yanlış kullanılmış olanların ise öz-düzenlemeler yapılarak doğru bir şekilde kullanıldığı anlaşılmaktadır. Mülakat yapılan öğrencilerinin yeni stratejiler kullanmaya yönelmeleri veya yazılı sınavda yaptıkları yanlışları düzeltmeleri konusundaki en temel etkenin araştırmacının sorduğu deşeleyci sorular olduğu söylenebilir. Örneğin, havuz probleminin çözümünde araştırmacı ile Öykü isimli öğrenci arasında geçen konuşmadan bir kesit aşağıda sunulmuştur. Bu öğrenci yazılı sınavda işlem seçme stratejisini kullanarak soruyu çözmeye çalışmış, yaptığı çözümün ise üstünü çizerek öylece bırakmıştır. Mülakat esnasında ise araştırmacıyla aralarında şöyle bir diyalog yaşanmıştır. **Diyalog 1:**

**Araştırmacı:** Yazılı sınavda bu soruyu çözerken birtakım işlemler yapmışsın; neden yaptın bunları anlatır mısın?

**Öykü:** Kesirler ile işlem yaptım.

**Araştırmacı:** Yaptığın işlemlerin üstünü çizip öylece bırakmışsın, neden yaptın bunu?

**Öykü:** 140 litrelik suyun  $\frac{2}{8}$ 'lik parçaya denk geldiğini düşünüp 8 e bölüp 2 ile çarptım. 35 sayısı küçük olduğu için çözümün yanlış olduğunu düşündüm... Düşününce [soruda verildiği halde] kullanmadığım başka kesirlerin de olduğunu fark ettim ve bunları da kullanarak soruyu çözmeye çalıştım. ... Havuzun tamamı  $\frac{8}{8}$  olur;  $\frac{2}{8}$ 'lik kısmı dolu olduğu için dolu kısmı çıkardım. Boşta kalan  $\frac{6}{8}$ 'i buldum;  $\frac{1}{8}$ 'lik taşan kısım olduğu için bunu da çıkardım  $\frac{5}{8}$ 'i buldum. Sonucun virgüllü çıktığını görünce yine çözümün yanlış olduğunu düşündüm. Sürekli yanlış sonuçlar bulunca tekrar işlem yaparak uğraşmak istemedim, öylece bıraktım. ...

**Araştırmacı:** Peki şimdi çözmek ister misin?

**Öykü:** Nasıl çözebilirim ki? ... [Düşünüyor]...

**Araştırmacı:** Farklı bir yol deneyebilirsin, havuzun dolu kısmını, boş kısmını şekil çizerek falan gösterebilirsin. Çözümünü şuraya, sağ tarafa yapabilirsin.

**Öykü:** ... [Şekil çiziyor]... Havuzun  $\frac{2}{8}$ 'si dolu, bunun için  $\frac{6}{8}$ 'si de boş olacak; yani tamamı  $\frac{8}{8}$  olur, bunun için [Şekli 8 eş parçaya bölüyor ve 2 parçayı tarıyor]...şöyle bir şekil olur... Burası dolu, şu 6 parçada boş kısım... [Düşünüyor]...

**Araştırmacı:** Peki bundan sonra ne yapabilirsin? İstersen soruyu bir kez daha oku.

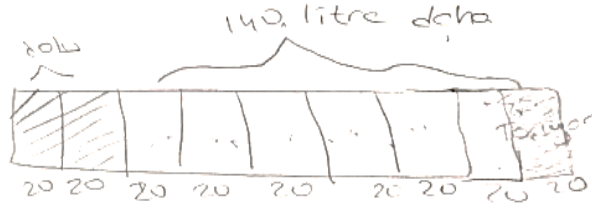
**Öykü:** ... [Soruyu okuyor]...  $\frac{2}{8}$ 'si dolu iken 140 lt su ilave ediliyor; ancak bu durumda ise su taşıyor. ... Havuzun hacminin  $\frac{1}{8}$ 'i kadar su taşıyormuş. ... [Düşünüyor]...

**Araştırmacı:** Ne düşünüyorsun, söyler misin bana?

**Öykü:** ... Ben bu soruyu [yazılı sınavda] çözerken taşan kısmı boşaltma olarak düşünmüştüm; onun için [ $\frac{6}{8}$ 'lik boş kısımdan] çıkarmıştım. Şimdi şekle baktığımda fazladan bir parça daha eklemem gerektiğini düşünüyorum; yani taşıdığı için demek ki fazladan su eklenmiş;  $\frac{1}{8}$ 'lik taşan kısım olduğu için çıkarmıştım onu ekleyeceğim...[Şeklin sağına bir birimlik ilave parça ekliyor]... Şimdi burası [Boş kısım ile  $\frac{1}{8}$ 'lik ilave edilen kısmı işaret ediyor] 140 lt oluyor. ....[İşlem ve izahlara devam ediyor]...

#### 1. çözüm yolu

$$140 \cdot 2 = \frac{280}{\frac{2}{8}} = \frac{280 \cdot 8}{2} = 1120$$



#### 2. çözüm yolu

8

$\frac{1}{8}$

$\frac{20}{\frac{2}{8}} = 80$   
160 günkü 140 litre olduğu için her bir parçaya 20 litre düşüyor her parçayı topladıkça 160 litre su olur

*Alıntı 9. Öykü'nün havuz problemi için şekil çizme stratejisini kullanarak yapmış olduğu ve öz-düzenleme içeren çözüm.*

Öğrencinin yazılı sınavda yaptığı çözümün yanlışlığını kendisinin fark ettiği açıktır. Diyalog baştan sona incelendiğinde şekil çizme stratejisini kullanabileceği önerisinin dışında Öykü'nün kendi düşünce süreçlerini kendisinin kontrollü bir şekilde yürüttüğü, stratejiyi etkili kullandığı, taşan su miktarıyla alakalı yazılı sınavda yaptığı hatanın sebebini kendisinin anlayıp düzelttiği ve bunda da kullandığı stratejinin etkili olduğu açıkça görülmektedir.

Araştırma kapsamında stratejileri kavramsal bir araç olarak kullanabilen ve stratejiler arasında anlamsal ilişkiler kurabilen öğrencilerin çözüm sürecinde çok daha başarılı olduklarına ilişkin nitel bulgulara ulaşılmıştır. Ayrıca, bulgular öğrencilerin strateji kullanmadaki yeterlikleri ile öz-düzenleme becerileri arasında karşılıklı bir ilişkinin varlığına da işaret etmektedir. Emre isimli öğrenci yazılı sınavda kuyu problemini işlem seçme ve şekil çizme stratejileri ile çözmüştür. İşlem seçme stratejisiyle yaptığı ilk çözümde 4. zıplayışta kurbağanın kuyudan çıkacağı sonucuna ulaşmış ancak bu çözümün üzerini çizerek bırakmıştır. Şekil çizme stratejisiyle yaptığı çözümde ise 3. sıçrayışta kuyudan çıkacağı sonucuna ulaşmıştır. Aşağıda sunulan diyalogdan anlaşılacağı üzere öğrenci işlem seçme stratejisiyle yaptığı çözümdeki hatasını şekil çizme stratejisi sayesinde anlayıp gerekli öz-düzenlemeyi yapmıştır. Çok daha önemlisi ise şekil çizme stratejisini kavramsal bir araç olarak kullanabildiği için çizdiği şekil üzerinde düşünerek değişkenler arasındaki örüntüyü keşfetmesi ve buradan hareketle daha genel bağıntılara ulaşabilmesidir. Emreyle araştırmacı arasındaki diyalogdan bir kesit şu şekildedir. **Diyalog 2:**

**Araştırmacı:** Hatanı nasıl fark ettin?

**Emre:** 4. sıçrayışta 10 metreye çıkıyor ve yeniden kayıp tekrardan atlamış gibi oluyor [İşlem seçme stratejisindeki hatasını ifade ediyor]. Ama 10. metreye geldiğinde yani kuyunun çıkışına geldiğinde çıkmış olur, geri kaymaz... Ben bu durumu ikinci çözümde şekilli işlemi yaparak fark ettim. ...

**Araştırmacı:** Kuyunun derinliği 91 metre olsaydı çözümü nasıl yapardın? Yine şekil mi çizerdin?

**Emre:** ... O zaman şekil çizmesi çok uzun sürerdi. Başta yaptığım işlemler [işlem seçme stratejisiyle yaptığı çözümü kastediyor] yanlış cevaba götürdü. O yüzden işlemler de yapamam. ...[Düşünüyor]...

**Araştırmacı:** 91 metreyi kaçınıcı sıçrayışta çıkacağını bulabilmek için şekil üzerinde düşünmen sana yardımcı olabilir mi?

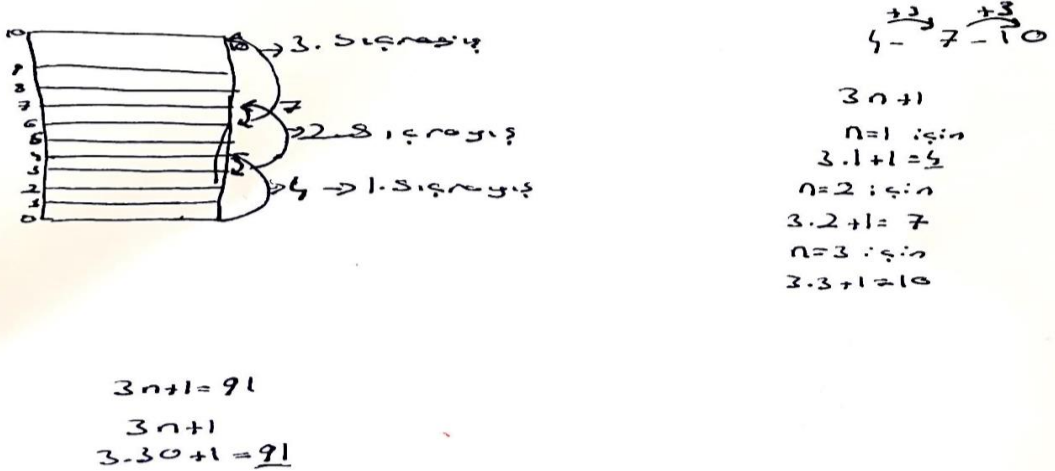
**Emre:** [Yazılı sınavdaki şekli yeniden çizip üzerinde düşünüyor] ... Şekle baktığım zaman 4, 7 ve 10. metrede kurbağa kuyudan çıkıyor [1, 2 ve 3. Sıçrayışta alınan mesafeleri kastediyor]. ...[Düşünüyor]... Bu sayılar 3'ün katlarının bir fazlası. O zaman örüntü de  $3x+1$  olur. ...

**Araştırmacı:** Örüntünün doğruluğundan nasıl emin olabiliyorsun? Nasıl kontrol edersin bunu?

**Emre:** 1. adım için  $x$  yerine 1 yazalım;  $3 \times 1 + 1 = 4$ . Kurbağa 4 metreye kadar olan yere 1. zıplayışta çıkar. 2. zıplayışta 7. metreye çıkar. 3. Zıplayışta da 7 ile 10. metreler arasındaki mesafeyi alır;  $3 \times 3 + 1 = 10$ . Bundan sonrada çıkmış olur zaten; geri kaymaz. ...

**Araştırmacı:** Peki 91 metre derinliğindeki kuyudan kaçınıcı sıçrayışta çıkar? Bunu bulabilir misin?

**Emre:** Örüntümüz  $3x+1$  idi. Burada  $x$  yerine 30 yazarsak sonuç 91 olur. 30. sıçramada çıkar. ...



*Alıntı 10. Kuyu problemi için Emre'nin şekil çizme ve bağıntı bulma stratejilerini kullanarak ürettiği çözüm.*

#### 4. Tartışma ve Sonuç

Rutin olmayan problemlerin çözümü bireylerin sahip oldukları bilgi ve becerilerini sıra dışı yollarla kullanmalarını, eldeki problemin içeriğini karşılayacak nitelikte ve özgünlükte stratejileri işe koşmalarını gerekli kılar. Üst-bilişin işe koşularak çözüm sürecinin kontrollü bir şekilde yürütülmesi, gerekli hallerde ise öz-düzenlemelerin yapılması bu tür soruların çözümünde başarıyı etkileyen bir diğer önemli faktördür (Hartman, 1998; Kramarski, Mevarech & Arami, 2002; Nancarrow, 2004). Bu çalışmanın öğrencilerin strateji kullanma yeterlikleri ve öz-düzenleme yapabilme becerileri hususlarında önemli bilgi ve bulgular ortaya koyduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca, yazılı sınav ve mülakat bulgularının, katılımcıların strateji tercihleri, kullandıkları stratejilerin çeşitliliği ve strateji kullanma yeterlikleri ile öz-düzenleme yapabilme becerileri arasındaki ilişkilere de ışık tuttuğunu söylemek mümkündür.

Araştırma bulguları genel olarak rutin olmayan problemlerin çözümünde katılımcıların başarı seviyelerinin istenilen düzeyde olmadığını göstermektedir. Yaş ve havuz problemleri dışındaki diğer soruların çözümünde başarı oranının %50'nin altında kaldığı görülmektedir. Bu anlamda bu çalışmanın bulguları rutin olmayan problemlerin çözümünde öğrencilerin ciddi zorluklar yaşadığını gösteren önceki araştırma sonuçlarıyla uyusmaktadır (Elia ve ark., 2009; Schoenfeld, 1992; Verschaffel ve ark., 1999). Yapılan incelemeler başarısız çözümlerin basit işlem hatalarından ziyade soru hikâyesinde verilen bilgilerin anlamlandırılmaması, bilgiler arası ilişkilerin kurulmaması ve matematiksel muhakemenin yanlış bir şekilde işletilmesinden kaynaklandığını göstermektedir. Bu bağlamda Alan ve Kuyu problemlerinin çözümünde katılımcı başarısının sırasıyla %36 ve %27'lerde kalması oldukça dikkat çekicidir. Alan problemi için bu durumun sebebinin problem bağlamından kaynaklanan özgün koşulları göz önüne almadan orantısal akıl yürütmenin ve bu çerçevede doğru orantı düşüncesinin düz mantıkla işe koşulmasından kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Kuyu problemi için ise başarısızlığın sebebinin matematiksel mantığın, sorunun ilişkili olduğu gerçek yaşam durumundan kaynaklanan özgün koşulu karşılayacak şekilde adapte edilerek kullanılmaması olduğu görülmektedir.

Sonuçlar ortaya çıkan başarısızlık durumunun temel sebeplerinden biri olarak öğrencilerin strateji kullanmadaki yetersizliğine işaret etmektedir ki bu sonuç yine önceki araştırmacılar tarafından ortaya konulan bulguların desteklenmektedir (Carlson & Bloom, 2005; Muir & Beswick, 2005; Schoenfeld, 1992). Strateji kullanımıyla alakalı bulgular kendi içinde katmanlı bir şekilde değerlendirildiğinde dikkat çeken ilk hususun öğrencilerin tek strateji kullanma yönünde çok güçlü bir eğilime sahip oldukları gerçeğidir. Tablo 3'de sunulan bulgular bunu kanıtlamaktadır; sorular bazında farklılık göstermekle birlikte katılımcıların %71-%91 aralığında değişen oranlarda tek strateji kullandıkları görülmektedir. Yazılı sınav kâğıtlarında her soru için üç farklı çözüm yapabilecekleri yer ayrılmış olmasına ve öğrenciler birden fazla stratejiyle çözüm yapmaları konusunda cesaretlendirilmiş olmalarına rağmen bu sonuçların ortaya çıkmış olması manidardır. Bu durum, en temelde öğrencilerin süreç değil, sonuç eksikliğini problem çözme alışkanlığına sahip oldukları şeklinde yorumlanabilir. Sınav baskısından kaynaklı olarak problem çözümlerinde hız faktörünün önemli olduğu inancının, dolayısıyla da doğru sonuca götüreceği tek çözüm yolunun yeterli olacağı düşüncesinin öğretmen ve öğrenciler arasında oldukça yaygın olduğu bir gerçektir. Bu yaygın kanaatten ötürü öğrenciler okul matematiği kapsamında genelde tek stratejiyle çözülebilen prototip sorular üzerinde çalıştırılmış olabilirler ve bu süreçte geliştirdikleri teamüller ve güçlü alışkanlıklar tek strateji kullanmalarında etkili olmuş olabilir.

Öğrencilerin strateji kullanmadaki yetersizliklerine ilişkin ikinci önemli gösterge strateji türleriyle alakalıdır. Yaş problemi hariç diğer tüm soruların çözümünde katılımcılar %59-%88 aralığında değişen oranlarda işlem seçme stratejisini tercih etmişlerdir (bakınız, Tablo 4). Katılımcıların, problemlerin matematiksel içeriği üzerinde düşünmeye imkân tanıyan ve problemlerin ilişkili olduğu bağlamdan kaynaklanan özel koşulları karşılayabilecek stratejileri seçip kullanmada yetersiz kaldıkları anlaşılmaktadır. İşlem seçme stratejisinin problem hikâyesinde verilen bilgilerin anlamlandırılması, aralarındaki ilişkilerin tespiti, düşüncenin sistemleştirilmesi ve sürecin kontrollü bir şekilde yürütülebilmesi noktasında diğer stratejilere kıyasla daha az etkili olduğu söylenebilir. Çünkü bu stratejinin esası çok fazla mantık sorgulaması yapmadan problem hikâyesindeki sayısal verileri kullanarak aritmetiksel işlemler yapmayı içermektedir. Araştırma kapsamında bu hususu destekleyen çok sayıda bulgu mevcuttur. Örneğin, Alıntı 2 ve Alıntı 4'de sunulan çözümler işlem seçme stratejisinin kullanımında yaşanan mantık hatalarına ilişkin geneli yansıtan tipik örnekler içermektedir. Bu tür çözüm yapan öğrencilerin problem içeriği üzerinde düşünmeden soruda verilen sayısal değerler ile işlemler yapmaya yoğunlaştıkları görülmüştür. Bu durumun ortaya çıkmasında kullanılan stratejinin eldeki sorunun içeriğini karşılamadaki yetersizliğinin de etkili olduğu söylenebilir.

Rutin olmayan problemlerin çözümünde uygun stratejileri seçmek kadar seçilen stratejilerin etkili kullanımı da büyük önem arz etmektedir. Bu çalışmada azımsanamayacak sayıda öğrencinin problem içeriğini ve bağlamını temsil potansiyeli olan stratejiler kullandıkları halde başarısız oldukları görülmüştür. Örneğin, alan ve kuyu problemleri için en uygun stratejinin şekil çizme stratejisi olduğu açıktır. Yazılı sınavda alan problemini bu stratejiyle çözmeye çalışan 25 öğrenciden 18'inin başarısız olmuştur. Benzer durum kuyu problemi için geçerlidir. Yapılan çözümler incelendiğinde (bakınız, Alıntı 5 & 7) öğrencilerin söz konusu stratejileri eldeki problem durumunu anlamak, değişkenler arası ilişkiler kurmak, verileri organize etmek ve çözüm sürecini sistemli bir şekilde yürütmek için kavramsal bir araç olarak değil, rutin bir parçası olarak kullandıkları anlaşılmaktadır. Bu durum, önceki araştırmacıların da (Demetriou, 2004; Krems, 1995) belirttikleri gibi katılımcıların strateji kullanmada gerekli esnekliği sergileyemedikleri ve stratejileri problemin amaçları doğrultusunda uyarlayarak kullanamadıklarını göstermektedir. Araştırma bulgularından hareketle stratejilerin etkili kullanımı için iki hususun önemli olduğu söylenebilir. Birincisi, kullanılan stratejiler ile problem hikâyesindeki bilgiler arasında anlamsal ilişkilerin kurulması hususudur. Bunun temini için problemde verilen bilgiler ile işe koşulan stratejiler arasında ileri-geri gidip-gelişlerin sürekli işletilmesi gerekmektedir. Problemde verilen bilgilerden hareketle stratejilerin amaca hizmet edecek şekilde revize edilip geliştirilmesi; diğer yandan ise problemi bütün boyutlarıyla ve derinlemesine anlamak için stratejilerden yararlanılması önemli gözükmektedir. İkinci husus ise stratejiler arasında anlamsal ilişkiler kurabilmek ve birden fazla stratejiyi ilişkilendirerek kullanabilmektir. Özellikle bu çalışmada bu ikinci hususu destekleyen çok net bulgulara

ulaşmıştır. Alıntı 6'da öğrencinin kuyu problemini ilk olarak işlem seçme stratejiyle çözmeye çalıştığı ancak yanlış sonuca ulaştığı; ikinci olarak şekil çizme stratejisini işe koşarak doğru çözümü elde ettiği; sonrasında ise şekil çizme stratejisinden yaptığı çıkarımlar neticesinde ilk çözümdeki hatasını anlayıp düzelttiği görülmektedir. Diyalog 1'de Öykü isimli öğrenci, havuz problemiyle alakalı problem durumunun modeli üzerinde düşünerek işlem seçme stratejisini kullanırken yaptığı hatasını anladığını açıkça ifade etmektedir. Bu sonuçlar öğrencilerin farklı stratejileri ilişkilendirerek kullanabilmelerinin hatalarını anlayıp düzeltebilmeleri için, diğer bir ifadeyle öz-düzenlemeler yapabilmeleri için ne denli önemli olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın ortaya koyduğu bir diğer önemli sonuç ise katılımcıların öz-düzenleme yapma konusunda yetersiz kaldıkları gerçeğidir. Yazılı sınavda başarısız olan öğrencilerin, yaptıkları yanlış fark edip düzelttiklerine ilişkin herhangi bir işarete rastlanmamıştır. Başarılı olan öğrencilerin ise sorular bazında değişimle birlikte en fazla üçte birinin öz-düzenlemelere yöneldiği görülmektedir (bakınız, Tablo 5). Öz-düzenleme yapanların çok büyük çoğunluğunu ise tek stratejiyle çözüm yapan öğrenciler oluşturmaktadır (bakınız, Tablo 6). Bu bulgular en temelde öğrencilerin kendi düşünce süreçlerini takip etmede, eldeki enstrümanları (işlemsel süreçler, çizdikleri şekiller, vs.) amaç doğrultusunda esnek ve adaptif bir şekilde kullanmada ve gerekli hallerde ise düzenlemeler yapmada yetersiz kaldıklarına işaret etmektedir. Ancak bu yetersizliğin bilişsel alandaki yetersizlikten ziyade problem çözme alışkanlıklarından kaynaklanmış olabileceği kuvvetle muhtemeldir. Çünkü mülakat öğrencilerinin araştırmacının yönelttiği zihni zorlayıcı sorular karşısında strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma konularında daha bir gayretli hareket ettikleri ve bunda da kısmen başarılı oldukları görülmüştür (bakınız, Tablo 7). Yazılı sınavda kullanmadıkları çok sayıda yeni stratejiyi mülakatlar esnasında kullanabildikleri görülmüştür. Diyalog 1 & 2'de mülakat esnasında sorulan yönlendirici sorular neticesinde öğrencilerin yeni stratejilere yöneldikleri, stratejiler arasındaki anlamsal ilişkileri fark etmeye başladıkları, öz-düzenlemenin önemli göstergelerinden olan sesli düşünme (think aloud) ve öz-bilgilendirme (self-instruction) (Boekaerts & Corno, 2005) tekniklerini kullandıkları ve hatalarının sebeplerini yorumlayabildikleri görülmektedir.

Sonuç olarak, öğrencilerin süreç değil, sonuç temelli problem çözme yaklaşımları sergiledikleri görülmektedir. Tek stratejiyle çözüm yapma konusunda güçlü bir eğilime sahip oldukları, stratejiler arasında anlamsal ilişkiler kurmada zorlandıkları, stratejileri kavramsal bir araç olarak değil, rutinin bir parçası olarak işe koştukları ve tüm bunlarla ilişkili olarak ta öz-düzenlemeler yapma konusunda yetersiz kaldıkları söylenebilir. Bu eksikliklerin giderilmesi için her şeyden önce öğrencilerin süreç temelli problem çözme alışkanlıkları edinmelerine imkân tanıyacak öğrenme-öğretim ortamlarının oluşturulması önem arz etmektedir. Bunun için öğrencilerin süreç üzerinde yoğunlaşmalarını gerektiren nitelikli sorular üzerinde çalıştırılması önerilebilir. Strateji kullanmadaki eksikliklerin giderilebilmesi için öğrencilere strateji kullanma konusunda eğitimlerinin verilmesi bir diğer öneri olarak sunulabilir. Bunun için de öğrencilerin birden fazla stratejinin kullanımına imkân veren, kendi stratejilerini geliştirmelerini gerekli kılan nitelikte sıra dışı problemler üzerinde çalıştırılmaları oldukça önemlidir. Öz-düzenleme, bireylerin problem çözme süreçlerinde işe koştukları düşünce ve yaklaşımlarını oto-kritiğe tabi tutmalarını, hata ve yanlışlarını fark ederek düzeltmelerini gerektirir. Bu nedenle öğretmenlerin, öğrencilerini kendi düşüncelerini sorgulamaya ve analiz etmeye yönlendirecek neden ve niçin içerikli sorularla problem çözme süreçlerine kılavuzluk etmeleri önemlidir. Öğrencilerini sesli düşünme konusunda cesaretlendirmeleri, bir problemi farklı yollardan çözmelerini ve bu çözüm yolları arasındaki anlamsal ilişkileri izah etmelerini istemeleri önerilebilir. Ayrıca, öz-düzenleme yeteneklerini geliştirmek için öğrencilerden çözüm yollarını nedenleriyle açıklamaları, çözüm sürecinde işe koştukları düşüncelerin ve ulaştıkları sonuçların doğruluğunu gerekçelendirmeleri istenebilir. Kullanılan stratejilerin (çizilen şekiller, oluşturulan modeller, yazılan cebirsel bağıntılar, vs.) problem hikâyesindeki bilgileri karşılayıp karşılamadığı konusunda yapılacak neden ve niçin içerikli sorgulamaların da öğrencilerin öz-düzenleme becerilerinin gelişimine katkı sunacağı söylenebilir.

Netice olarak, bu çalışmadan elde edilen bulgular öğrencilerin strateji kullanma ve öz-düzenleme yapma alanlarında yaşadıkları zorlukların sahip oldukları problem çözme kültüründen kaynaklı olabileceği şeklinde yorumlanabilir. Problem çözme kültürü, problem çözenin amacı, süreçte ne tür araçların kullanılabileceği, araç-amaç ilişkisi, bireyin düşünme alışkanlıkları, kişinin kendi düşünceleri üzerinde düşünmesinin mümkün olup olmadığı, mümkünse bunun için hangi bilişsel stratejilerin kullanılabileceği türünden hususlara ilişkin öğrencilerin sahip oldukları inanç ve kanaatler bütünü olarak ifade edilebilir. Problem çözme kültürüyle alakalı bu alanlarda aydınlatıcı çalışmalar yapılmadan, problem çözme konusunda yaşanan başarısızlığının sebeplerinin tüm boyutlarıyla ortaya konulması mümkün olmayacaktır. Dolayısıyla çözüme ilişkin getirilen öneriler birtakım subjektif algı ve teorik görüş olmanın ötesine geçmeyecektir.

## 5. Etik Beyanı

Bu araştırma etik konular dikkate alınarak ve etik kurallara uygun olarak yürütülmüştür.



## 6. Çıkar ve Katkı Beyanı

Yazarlar çalışmaya eşit oranda katkı sağlamıştır. Bu çalışmada herhangi bir potansiyel çıkar çatışması bulunmamaktadır.

## Kaynakça

- Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim matematik öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M., & Ç. Arslan. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.
- Arslan, Ç., & Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine problems. *Elementary Education Online*, 6(1), 50-61.
- Bal, A. P., & Karacaoğlu, A. (2017). Cebirsel sözel problemlerde uygulanan çözüm stratejilerinin ve yapılan hataların analizi: ortaokul örnekleme. *Ç. Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 26 (3), 313-327.
- Bayazıt, İ., & Aksoy, Y. (2010). Matematiksel problemlerin öğrenim ve öğretimi. E. Bingölbali & M. F. Özantar, (Eds.). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (s. 287-312). Ankara: Pegem Akademi.
- Boekaerts, M., & Corno, L. (2005). Self-regulation in the classroom: A perspective on assessment and intervention. *Applied Psychology: An International Review*, 54(2), 199-231.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: An exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737.
- Cai, J., & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. *ZDM Mathematics Education*, 39, 459-473.
- Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45-75.
- Clarke, D., Breed, M., & Fraser, S. (2004). The consequences of a problem-based mathematics curriculum. *The Mathematics Educator*, 14(2), 7-16.
- Demetriou, A. (2004). Mind intelligence and development: A cognitive, differential, and developmental theory of intelligence. In A. Demetriou & A. Raftopoulos (Eds.), *Developmental change: Theories, models and measurement* (pp. 21-73). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Durmaz, B., & Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 73-94.
- Elia, I., Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605-618.
- Flavell, J. (Ed.) (1976). *Metacognitive aspects of problem solving: The nature of intelligence*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates Inc.
- Gingsburg, H. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 57-64.
- Hartman, H. J. (1998). Metacognition in teaching and learning: An introduction. *Instructional Science*, 26, 1-3.
- Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions: The role of interpretive activity in word problem solving. *Learning and Instruction*, 15, 69-83.
- İskenderoğlu, T., Altun, M., Akbaba, S., & Olkun, S. (2004). İlköğretim 3.,4., ve 5. sınıf öğrencilerinin standart sözel problemlerde işlem seçimleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27,126-134.
- Jonassen, J. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, 48(4), 63-85.
- Kantowski, M. G. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 163-180.
- Kaplan, A., & Duran, M. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik dersine çalışma sürecinde üstbilişsel farkındalık düzeylerinin karşılaştırılması. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 417-445.
- Karakelle, S. (2012). Üst bilişsel farkındalık, zekâ, problem çözme algısı ve düşünme ihtiyacı arasındaki bağlantılar. *Eğitim ve Bilim*, 37(164), 237-250.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of meta-cognitive training on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 225-250.
- Krems, J. F. (1995). Cognitive flexibility and complex problem solving. In P. A. Frensch & J. Funke (Eds.), *Complex problem solving: The European perspective* (pp. 201-218). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1985). Developing problem solving skills. *Mathematics Teacher*, 79(9), 685-692.
- Kükey, E., Aslaner, R., & Tutak, T. (2019). Matematiksel düşünmenin varsayımında bulunma bileşeni kapsamında ortaokul öğrencilerinin kullandıkları problem çözme stratejilerinin incelenmesi. *Journal of Computer and Education Reserach*, 7(3), 146-170.
- Lesh, R., & Harel, G. (2003). Problem solving, modelling and conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 157-189.
- Mahlios, J. (1988). Word problems: Do I add or subtract. *Arithmetic Teacher*, 36(3), 4852.
- Mayer, R. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26: 49-63.
- Mevarech, Z. R. (1999) Effects of metacognitive training embedded in cooperative settings on mathematical problem solving. *The Journal of Educational Research*, 92(4), 195-205.
- Mevarech, Z. R., & Kramarski, B. (1997). Improve: A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, 34(2), 365-395.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis-An expanded sourcebook*. London: Sage Publications.
- Muir, T., & Beswick, K. (2005). Where did I go wrong? Students' success at various stages of the problem-solving process. 'http://www.merga.net.au/publications/counter.php?pub=pub\_conf&id=143' 05.01.2021 tarihinde erişilmiştir.
- Nancarrow, M. (2004). Exploration of metacognition and non-routine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem solving success. *Unpublished doctoral thesis*, The Florida State University, Florida.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Virginia, Reston: NCTM Inc.
- Oğuz, A., & Kutlu-Kalender, M. D. (2018). Ortaokul öğrencilerinin üst bilişsel farkındalıkları ile öz yeterlik algıları arasındaki ilişki. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 14(2), 170-186.
- Phillips, N., & Hardy, C. (2002). *Discourse analysis: Investigating processes of social construction*. United Kingdom: Sage Publications Ltd.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. United States of America: Princeton University Press.
- Reusser, K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: the social rationality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction*, 7(4), 309-327.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouvs (Ed.). *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Sternberg, R. J. (2003). *Cognitive psychology*. Belmont, CA: Wadsworth/Th omson.
- Temel, H., & Altun, M. (2020). Problem çözme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(3), 173-197.
- Tertemiz, N. I. ve Çakmak, M. (2004). *Problem çözme*. Ankara: Güneş Eğitim ve Yayıncılık.
- TTKB. (2013). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve kılavuzu (6-8. sınıflar)*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- TTKB. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar için)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx>' adresinden 05.02.2020 tarihinde ulaşılmıştır.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4, 273-294.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils' difficulties in modelling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(3), 265-285.
- Yavuz, G. (2006). Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme stratejileri strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişime etkisi, *Yayınlanmış doktora tezi*, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Yin, R. K. (2003). Case study research: Design and methods. United Kingdom: Sage Publications Ltd.
- Zimmerman, B.J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidne (Eds.), *Handbook of Self-regulation* (pp. 13-39). San Diego, CA: Academic Press.