BAŞKENT UNIVERSITY
JOURNAL OF EDUCATION

2021, 8(1), 275-291 ISSN 2148-3272

Üniversite Öğrencilerinin Matematiksel İspata Yönelik Görüşleri ile Kavramsal-İşlemsel Yaklaşımlarının İncelenmesi

Investigation of University Students' Views on Mathematical Proof and Conceptual-Operational Approaches

Sevim Sevgi[a]*, Sabiha Kartalcı[b]

[a]*Erciyes University, Kayseri, Turkey*
[b]*Ministry of National Education, Sivas, Turkey*

Öz
Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmenliği (İMÖ) ve matematik bölümlerine devam eden öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile problemlere kavramsal-işlemsel yaklaşımlarını cinsiyet, bölüm ve sınıf düzeyinde incelemektir. Matematiksel ispat yapma ve problemlere kavramsal-ispatsal yaklaşım arasındaki ilişki de incelenmiştir. Çalışma bir devlet üniversitesinin İMÖ ve matematik bölümlerinde öğrenim gören toplam 237 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmanın verileri Matematiksel İspat Yapma ile İlgili Görüşler Ölçeği ve Problem Çözümünde Kavramsal-İşlemsel Yaklaşım İnanç Ölçeği ile toplanmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin ispata yönelik görüşlerinin ne olumlu ne olumsuz olduğu, kavramsal-işlemsel yaklaşımları kullanmaya hemen hemen eşit oranda eğilimli oldukları görülmüştür. Öğrencilerin orta düzeyde ispata yönelik görüşlere ve kavramsal-işlemsel yaklaşımlara sahip oldukları görülmüştür. Cinsiyet açısından her iki ölçekte de anlamlı fark bulunmamıştır. Bölümlere göre ortalamalar incelendiğinde matematik bölümü öğrencilerinin ispata yönelik daha olumlu görüşlere sahip olduğu görülmüştür, kavramsal-işlemsel yaklaşımla ilgili ortalamalarında anlamlı fark bulunmamıştır. Sınıf düzeylerine göre ispata yönelik görüşlerin ortalamaları anlamlı bir şekilde farklılaşmadığı görülürken kavramsal-işlemsel yaklaşımların üçüncü sınıf öğrencilerinde birinci ve dördüncü sınıflara göre düşük olduğu görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları arasında orta düzeyde bir ilişki bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Görüş, kavramsal-işlemsel yaklaşım, ispat, üniversite öğrencileri.

Abstract
The aim of the study was to examine the views of elementary mathematics teaching (EMT) and mathematics department students towards providing mathematical proof and their conceptual-operational approaches to problems at gender, department, and grade level. The relationship between mathematical proofing and the conceptual-proof approach to problems was also examined. The study was carried out with 237 students studying at the EMT and mathematics departments of a public university. The data of the research were collected with the View Scale on Mathematical Proof and the Conceptual-Operational Approach Belief Scale in Problem Solving. As a result of the study, it was seen that the students' views on proof were neither positive nor negative, and they were almost equally inclined to use conceptual-operational approaches. It was observed that the students had moderate views on proof and conceptual-operational approaches. No significant difference was found in both scales in terms of gender. When the averages according to the departments were examined, it was seen that the students of the mathematics department had more positive opinions about the proof, no significant difference was found in the averages of the conceptual-operational approach. While it was observed that the average of the opinions about proof did not differ significantly according to the grade levels, the conceptual-operational approaches were lower in third grade students compared to first and fourth graders. A medium-level relationship was found between students' views on mathematical proof and their conceptual-procedural approach beliefs.

Keywords: Conceptual-operational approaches, proof, views, university students.

© 2021 Başkent University Press, Başkent University Journal of Education. All rights reserved.

[*]*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE:Sevim Sevgi, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Erciyes University, Kayseri, Turkey. E- mail address:sevimsevgi@erciyes.edu.tr. ORCID ID:0000-0002-6611-5543.*
[b]*Sabiha Kartalcı, Department of Mathematics and Science Education, Institute of Educational Sciences, Faculty of Education, Erciyes University, Kayseri, Turkey. E- mail address: sebihakartalci@gmail.com. ORCID ID: 0000-0002-1615-2098.*
Received Date: January 23rd, 2020. Acceptance Date: December, 22nd, 2020.

1. Giriş

Bilgilerin bilimsellik niteliği kazanmaları için bir şekilde doğrulanmaları gerekmektedir. Fen bilimlerinde deney ve gözlem yoluyla bu doğrulama işlemi yapılabilmektedir. Oysa matematiğin gözlemlenebilecek veya denenebilecek somut nesneleri ve olayları yoktur. Matematik büyük oranda insan zihninde üretilen, soyut bir bilimdir. Matematiğin bu farklı doğası, onu matematiksel bilgileri doğrulamada ve üretmede kullanılan yöntemler yönüyle de diğer bilimlerden farklılaştırmaktadır. İşte bu noktada karşımıza ispat kavramı çıkmaktadır.

İspat, günlük dilde bir şeyin doğruluğunu delil göstererek ortaya koyma ve başkalarını ikna etme anlamında kullanılmaktadır. Matematiksel anlamda ispat ise şu şekilde tanımlanmaktadır: $p_1, p_2, \ldots, p_n, q$ önermeler olmak üzere her $1 \le i \le n$ için p_i doğru iken q önermesinin doğru olduğunun gösterilmesine $p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_2 \Rightarrow q$ önermesinin ispatı denir. Bu tanıma göre bir teoremin hükmünün doğruluğunu göstermek için izlenen mantıksal adımların topluluğu o teoremin ispatıdır (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014). İspatın en önemli özelliği, ispat yapılırken atılan her adımın mantıksal olması ve daha önce elde edilen bilgilere dayandırılmasıdır. Bugün anladığımız anlamda ispat kavramı Öklid'in (M.Ö. 4. yüzyıl) "Elemanlar"ına dayanmaktadır. Öklid kendisinden önce de var olan matematiksel bilgileri tiziz mantıksal ve matematiksel yöntemler kullanarak ispat edip üst üste koyarak aksiyomatik bir sistem oluşturmuştur. Ardından günümüze kadar gelen matematikçiler de benzer yollar izlemişlerdir ve izlemektedirler. Matematikçiler bu yolları izlerken çeşitli ispat yöntemlerini kullanmaktadırlar. İspat yöntemleri temelde tümevarım ve tümdengelim olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Tümdengelim ise doğrudan ispat ve dolaylı ispat çeşitlerinden (çelişki bulma, olmayana ergi, aksine örnek gösterme, vb.) oluşmaktadır.

Matematikte ispatların amacı nedir ve ispatlar ne işe yaramaktadır? Tall'a (1998) göre matematiksel ispatın iki amacı vardır. Bunlardan birincisi bir varsayımdan bir dizi mantıksal adımlarla ilerleyerek bir sonuca varıldığı göstermektir; ikincisi ise sonucun varsayımdan nasıl ve niçin ortaya çıktığıyla ilgili anlamlı bir fikir vermektir. Diğer bir deyişle ispat yapılırken bir yandan yeni bir bilgi üretilmiş olur, diğer yandan da bu bilginin nasıl oluştuğu ortaya konmuş olur. Almeida (2000) matematiksel ispatın matematiksel bilgi için bir garanti sağladığını ve matematiği yapmada ve anlamada önemli bir faaliyet olduğunu savunmuştur. Aydoğdu İskenderoğlu'na (2016) göre ispatlar bir iddia veya teoremin anlamını ortaya koymakta ve matematiği anlamaya yardım etmektedir. Dede ve Karakuş (2014), matematiksel ispatın fonksiyonlarını doğrulama, açıklama, sistematikleştirme, keşif, zihinsel sorgulama, iletişim ve tanımların doğrulanması olarak derlemişlerdir (Bell, 1976; Cadwallader Olsker, 2011; de Villiers, 1999; Hana ve Jahnke, 1996). Bu ifadeden anlaşıldığı üzere, ispatın tek işlevi matematiksel bilginin doğruluğunu göstermek değildir. İspat, aynı zamanda önermelerin açıklanmasını da sağlayarak matematiğin anlamsal bütünlüğünü hissettirme noktasında da rol almaktadır. Çünkü ispat sırasında, ispatın yapıldığı konuyla ilgili tüm kavramlar, tanımlar gözden geçirilmekte, en doğru ilişkiler kurulmakta ve matematiksel bilgiler birbiri üzerine konularak yeni bilgiler üretilmektedir.

İspat kavramı sınıflama, eşleştirme, sıralama, karşılaştırma gibi ispatın temelini oluşturan temel becerilerle okul öncesi dönemde oluşmaya başlar (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bu beceriler insanda erken dönemlerden itibaren kendini gösteren mantıksal düşünmenin ürünüdür. İlkokul ve ortaokul yıllarında matematiksel kavramlarla daha yakından tanışılır ve basit, yüzeysel ispatlar yapılabilir. Ortaöğretim döneminde birey soyut düşünebilme düzeyinde olup bu alanda epeyce yol almıştır (Altıparmak ve Öziş, 2005). Bu dönemde ve sonraki dönemlerde artık yukarıda bahsedilen formal ispat yöntemleri kullanılarak ispat yapılabilir. Yine de lise ve üniversite seviyesindeki öğrenciler matematiksel ispat yaparken çeşitli zorluklar yaşayabilmektedirler (Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere, 2006). Bu zorluklardan bazıları; ispatı anlama ve oluşturmada yaşanan zorluklar, uygun muhakeme adımlarını takip edememe, formalleştirme yapamama, basit ispatlarda bile yaşanan bilişsel zorluklar şeklindedir. Baker (1996), lise ve kolej öğrencilerinin ispat yapmada ciddi zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Ayrıca öğrencilerin çoğu matematiksel tümevarımın kavramsal yönlerinden ziyade işlemsel yönlerine odaklanmıştır.

Matematiksel bilgiler genel olarak kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olarak ele alınmaktadır. Bu bilgi türleri çeşitli şekillerde tanımlanmıştır. Kavramsal bilgi genel olarak bir alanı yöneten ilkelerin ve bir alandaki bilgi birimleri arasındaki ilişkilerin örtülü veya açık olarak anlaşılması olarak tanımlanır (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001). Baki (2014), kavram bilgisinin sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmekten ibaret olmadığını, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmekle de ilgili olduğunu ifade etmiştir. Matematikte kavramsal bilgiden kasıt ise matematiksel kavramları sembolleştirebilme, onları farklı bir biçimde sunabilme, onlar arasında ilişki kurabilme ve gerekli işlemleri yapabilme gibi becerilerin oluşturduğu kavramaya dayalı bir bilgidir (Birgin ve Gürbüz, 2009). Görüldüğü üzere kavramsal bilgi alanla ilgili kavram tanımları ve bu kavramların özelliklerinin bilgisini içermekle birlikte kavramlar arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin esnek bir şekilde farklı durumlarda kullanımı konusundaki bilgileri de içermektedir. İşlemsel bilgi ise problem çözmek için bir dizi adımı yerine getirme yeteneğidir (Rittle-Johnson ve diğ., 2001). İşlem bilgisi, onu meydana getiren iki ayrı kısımla birlikte açıklanmaktadır. Bunlardan birincisi, matematiğin sembolleri ve dilidir; ikincisi ise kurallar, bağıntılar, diyagramlar, işlemler gibi nesneleri içerir (Baki, 2014). Matematikte işlemsel bilgiden kasıt; matematik sembollerini ve gösterimlerini tanıma, kural ve formülleri bilme, verilen bir algoritmayı işlem basamaklarına uygun biçimde yürütebilme gibi becerileri gerektiren kavramaya dayanmayan tamamen mekanik bir bilgidir (Birgin ve Gürbüz, 2009). Özetle işlemsel bilgi bir görevi yerine getirmek için gerekli olan adımların ve bu adımları ifade etme biçimlerinin bilgisinden oluşmaktadır. Kavramsal ve işlemsel bilgi türlerinin daha iyi açıklanması için ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundan bir örneği düşünelim. Eğer bir öğrenci bu tarz denklemlerde kökleri bulmaya çalışırken sadece verilen denklem çözme adımlarını ve formülleri takip ediyor, delta değeri negatif çıktığında "reel kök yoktur" deyip geçiyor ve bunun nedeni sorulduğunda açıklayamıyorsa öğrencinin sadece işlemsel bilgileri kullandığı düşünülebilir. Ancak öğrenci kullandığı formüllerin nereden çıktığını biliyor, formülleri unuttuğunda bile kendisi bunları tekrar elde edebiliyor ve delta değerinin negatif olduğu durumda reel kökün olmama nedeninin önceki bilgilerine dayandırarak açıklayabiliyorsa bu öğrencinin kavramsal bilgiyi kullandığı düşünülebilir. Örnekten görüldüğü gibi işlemsel bilgi bir problemin "nasıl" çözüldüğü sorusuna cevap bulabilirken, kavramsal bilgi "neden" o işlemlerin yapıldığı sorusuna da cevap bulabilir. Matematik eğitimi alanında hangi bilgi türünün daha önemli olduğu, hangisine eğitim sürecinde daha fazla yer verilmesi gerektiği konusunda tartışmalar yaşanmıştır. Yukarıdaki açıklamalardan sanki kavramsal bilginin daha anlamlı öğrenmelere yol açabileceği için daha önemli olduğu düşünülebilmektedir. Ayrıca Delice ve Sevimli (2010), matematikte farklı temsillerin kullanımı ve bu temsillerin birbiriyle ilişkisinin önemli olduğu konularda kavramsal bilginin daha fazla fayda sağlayacağını ifade etmiştir. Örneğin fonksiyon konusunda tablo, grafik ve cebirsel ifade gibi farklı temsil biçimleri ve bunlar arasındaki ilişkilerin anlaşılması elzem olduğundan kavramsal bilginin bu konuda daha yararlı olacağı düşünülebilir. Ancak güncel olarak, her iki bilgi türünün de önemli olduğu, kavramsal ve işlemsel bilgi türlerinin dengelenerek, ilişkilendirilerek kullanılması gerektiği görüşünün hâkim olduğu görülmektedir (Birgin ve Gürbüz, 2009; Delice ve Sevimli, 2010; Miller ve Hudson, 2007; Özyıldırım Gümüş ve Umay, 2017; Özyıldırım Gümüş ve Umay, 2018; Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001). Çünkü matematiksel bilgiyi sağlam bir şekilde inşa etmek, problem çözmede başarılı olmak ve matematikte öğrenme zorlukları yaşamamak, kavramsal ve işlemsel bilginin anlamlı bir şekilde ilişkilendirilmesiyle mümkün olmaktadır. Diğer yandan bu iki bilgi türü etkileşimli bir şekilde gelişmekte ve bir bilgi türündeki artış diğer bilgi türündeki artışı sağlamaktadır (Rittle-Johnson, Siegler ve Alibali, 2001).

Her iki bilgi türüne ağırlık verilmesi gerektiği vurgulansa (Özyıldırım Gümüş ve Umay, 2018) ve uygulansa da bazı öğrenciler veya öğretmenler işlemsel bilgiyi kullanmaya daha eğilimli olabilmektedirler (Soylu ve Aydın, 2006; Toluk Uçar, 2011; Wilson, Floden ve Ferrini-Mundy, 2001). Bu durum onların kavramsal veya işlemsel yaklaşımlarıyla ilgilidir. Öğrencilerin ve öğretmenlerin kavramsal veya işlemsel yaklaşımlardan hangisine daha yatkın olduklarının bilinmesi öğretimin planlanması ve ağırlık verilecek noktaların belirlenmesi konusunda rehber olabilmektedir.

Matematik öğretmenliği ve matematik bölümlerindeki öğretimin en önemli bileşeni hiç şüphesiz ispat yapmadır. Çünkü bu bölümlerde okutulan alan bilgisi derslerinin hemen hepsinde ispat yapma yer almaktadır. Bu nedenle eğer bu bölümlerde öğrenim gören öğrenciler yüksek düzeyde ispat yapma becerilerine sahip olurlarsa, akademik olarak da daha başarılı olabileceklerdir. İyi düzeyde ispat yapabilmenin yolu ise ispatla ilgili olumlu görüşlere sahip olma ve matematikte ispatın değeri ve önemine inanma yollarından geçmektedir (Almeida, 2000; Doruk ve Güler, 2014; Furinghetti ve Morselli, 2009). Bu çalışmada İMÖ ve matematik bölümlerindeki öğrencilerin ispata yönelik görüşlerinin incelenmesi de bu yönden önem arz etmektedir. Bu çalışma ve benzer çalışmalar bu bölümlerde öğretim yapanlara da öğrencilerin ispat hakkındaki genel görüşlerini bilerek daha olumlu görüşleri oluşturmalarını sağlayacaktır. Bu konunun çalışılmasının diğer bir önemi de bahsi geçen bölümlerde okuyan öğrencilerin büyük oranda geleceğin matematik öğretmenleri olmalarıdır. Eğer aday öğretmenler matematik biliminin gelişiminde ve kitlelerle paylaşılmasında önemli bir rolü olan ispat kavramı hakkında olumlu görüşlere sahip olurlarsa ileride bu durumu öğrencilerine ve öğretim süreçlerine yansıtacaklardır. Mevcut araştırmada çalışılan bir diğer konu ise İMÖ ve matematik bölümündeki öğrencilerin problem çözmede kavramsal-işlemsel yaklaşım inançlarıdır. İMÖ ve matematik bölümlerinde daha çok kavramsal bilgi üzerine çalışmalar yapılmaktadır. O halde bu bölümdeki öğrencilerin kavramsal yaklaşımlarının yüksek seviyede olması beklenmektedir. Çalışmada İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşımları cinsiyet, bölüm ve sınıf düzeyi değişkenine göre incelenmiştir. Ayrıca ispata yönelik görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşımlar arasındaki ilişkiye de yer verilmiştir.

1.1. Alan Yazın

Özer ve Arıkan (2000), lise öğrencilerinin ispat yapabilme düzeylerini incelemiş ve lise öğrencilerinin yeterli düzeyde ve uygun yöntemlerle ispat yapamadıkları bulgusuna ulaşmıştır. Baker (1996), lise ve kolej öğrencilerinin ispat yaparken karşılaştıkları bilişsel zorlukları araştırmıştır. Öğrencilere ispat yapma ve ispatı analiz etme ile ilgili verilen görevlerden ve öğrenci görüşmelerinden elde edilen verilerin kullanıldığı bu çalışmada, öğrencilerin hem işlemsel hem kavramsal olarak ciddi zorluklar yaşadıklarını tespit etmiştir. Ayrıca öğrenciler matematiksel tümevarımın kavramsal yönlerinden ziyade işlemsel yönlerine odaklanmıştır. Moore (1994) ise görünüşte basit ispatlarda bile lisans matematik öğrencileri için büyük zorluklar yaşadıkları bulgusuna ulaşmıştır. Güler (2016) matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispat konusunda yaşadıkları zorluklar, ispat yapmada en çok zorlanılan dersler ve ispatın matematik eğitimindeki önemi ve işlevi gibi konuları araştırmak için akademisyenlerden görüş almıştır. Buna göre matematik öğretmen adaylarının ön bilgi eksikliği, ispat yöntemleri, ispatların ezberlenmeye çalışılması ve ispata karşı önyargılardan kaynaklı sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir. Matematiksel ispat yapmaya yönelik matematik öğretmen adaylarının görüşlerinin incelendiği bazı çalışmalarda öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerinin olumlu olduğu görülmüştür (Miral, 2013; İskenderoğlu, 2010; Yavuz, 2019). Bazı çalışmalarda ise matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerinin henüz oluşmadığı ya da yetersiz seviyede olduğu görülmüştür (Moralı ve diğ., 2006; Güler, Özdemir ve Dikici, 2012). Varghese (2009) üniversite eğitiminin son yılında olan öğretmen adaylarının matematiksel ispatın anlamı ve matematik öğretiminde kullanımıyla ilgili görüşlerini incelemiştir. Bu incelemede öğretmen adaylarının ispatla ilgili dar bir bakış açısına sahip olduğu, hemen hemen hepsinin ispatı sadece doğrulama aracı olarak gördüğü ve pek çoğunun ispatı yalnızca ileri matematik öğrenmeyi planlayanlar gibi seçilmiş öğrenci gruplarına sunulması gerektiğine inandıkları orta ya çıkmıştır. Moralı ve diğerleri (2006) öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerini incelemek için bir ölçek geliştirmiş ve uygulamıştır. Uygulamada ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümlerinin birinci ve son sınıflarında öğrenim gören öğrenciler örnekleme dahil edilmiştir. Çalışmaya göre öğretmen adaylarının büyük kısmının ispat yapamaya yönelik görüşlerinin yeterli olmadığı, sınıf düzeyine göre de bu görüşlerin farklılaşmadığı tespit edilmiştir. Güler ve diğerleri (2012) ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin ispata yönelik görüşlerini incelediklerinde %46,3 olumlu, %35,7 kararsız ve %17,8 olumsuz olduğunu görmüşlerdir. Gökkurt ve Soylu (2012) fen bilgisi ve ilköğretim matematik öğretmenliği bölümlerinde öğrenim gören birinci sınıf öğrencilerinin ispata yönelik görüşlerini incelemişlerdir. İki bölümde okuyan öğrencilerin ispata yönelik görüşleri arasında anlamlı bir farkın olmadığı ve öğrencilerin ispata yönelik görüşlerinin yetersiz olduğu sonucuna varılmıştır. Çalışma grubundaki öğrencilerin birinci sınıfta olmalarının bu sonuçlarda etkili olduğu düşünülebilir. Nitekim Yavuz (2019) üniversite son sınıfta öğretim gören öğretmen adaylarının ispata yönelik yüksek seviyede olumlu görüşlere sahip olduklarını rapor etmiştir. Kayagil (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerini ve bu görüşlerin bazı değişkenlere göre farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmıştır. Tüm sınıf seviyelerinden öğrencilerin yer aldığı çalışma sonucunda öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik ne olumlu ne de olumsuz görüşlerinin olduğu; cinsiyet, sınıf düzeyi, mezun olunan lise türü ve bilimsel etkinliğe katılım durumuna göre görüşler arasında anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir. Doruk ve Güler (2014), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşlerini belirlemek amacıyla yerli bir ölçme aracı geliştirmişlerdir. Bu ölçeği bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü 1, 2, 3 ve 4. sınıflarındaki öğrencilere uygulamışlardır. Uygulama sonucunda öğretmen adaylarının ispata yönelik görüşlerinin ne olumlu ne olumsuz (kararsız) olduğu, ispata olumlu anlam yüklemelerine karşın ispat yapmaya yönelik özgüvenlerinin düşük olduğu görülmüştür. Ayrıca sınıf düzeylerine göre yapılan incelemede üçüncü sınıf öğrencilerinin ispata yönelik görüşlerinin birinci ve ikinci sınıftaki öğrencilerin görüşlerine göre daha olumsuz olduğu ortaya çıkmıştır. Altıntaş ve İlgün (2020) de benzer şekilde ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin matematiksel ispata yönelik görüşlerini belirlemek amacıyla bir çalışma yapmışlardır. Tüm sınıf seviyelerinden öğrencilerin katıldığı bu çalışmada da öğretmen adaylarının ispata yönelik görüş ortalamasının araştırma bulgularının değerlendirilmesinde esas alınan aritmetik ortalama aralıklarına göre “kararsızım” aralığında olduğu ve sınıf seviyeleri arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir fark olmadığı tespit edilmiştir. Güler ve Dikici (2012), lise matematik öğretmen adaylarının yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla matematiksel ispatla ilgili görüşlerini almışlardır. Öğretmen adaylarının çoğunluğunun matematiksel ispata yönelik olumlu görüşlere sahip olduğunu rapor etmiştir. Çalışmada ayrıca öğretmen adaylarının başarılı ya da başarısız oldukları ispatlar arasındaki farklara yönelik görüşleri de alınmıştır. Öğretmen adayları bu konuda ispatla ilgili kavrama hakimiyetin de önemli olduğunu vurgulamıştır. Matematiksel ispatlarla ilgili çalışmalara bakıldığında bu çalışmaların çoğunun üniversite öğrencileriyle yapıldığı görülmektedir. Yapılan çalışmaların genel olarak ispat yapma yeterlilikleri (Özer ve Arıkan, 2000), ispatta yaşanan zorluklar (Baker, 1996; Güler, 2016; Moore, 1994) ve ispata yönelik görüşler (Doruk ve Güler, 2014; Gökkurt ve Soylu, 2012; Varghese, 2009) gibi konulara odaklanıldığı görülmektedir.

Rittle-Johnson ve diğerleri (2001), ondalık sayılarla ilgili yaptıkları çalışmada kavramsal bilgi düzeyleri yüksek öğrencilerin işlemsel süreçlerde daha iyi performans gösterdiğini bildirmiştir. Birgin ve Gürbüz (2009), ortaokul öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerini belirlemek istemiştir. Bu amaçla rasyonel sayılar konusuyla alakalı 6 işlemsel, 6 kavramsal sorudan oluşan bir ölçek kullanmıştır. Yapılan çalışmada öğrenciler tüm sorularda istenen düzeyde performans gösteremezken, öğrencilerin işlemsel bilgi gerektiren sorularda kavramsal bilgi gerektiren sorulara göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Ata (2013), ilköğretim matematik öğretmenliği üç ve dördüncü sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarının olasılık konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının olasılık konusuyla ilgili hem kavramsal hem de işlemsel bilgilerinin ne az ne çok olduğu, öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun olasılık konusunun öğretimi için yeterli bilgi ve beceriye sahip olmadığı bulgusuna ulaşılmıştır. Benzer bir durum çalışmasında Karaaslan ve Ay (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının olasılık konusuyla ilgili kavramsal ve işlemsel bilgilerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel bilgilerinin dengeli olmadığı, işlemsel açıdan daha bilgili oldukları, kavramsal bilgilerinin yeterli olmadığı ortaya çıkmıştır. Mahir (2009) fen fakültesi matematik bölümünde birinci sınıfı bitiren üniversite öğrencilerinin integral konusundaki kavramsal ve işlemsel bilgilerini araştırmıştır. İşlemsel bilgi gerektiren sorularda yüksek başarı oranı elde edilirken sadece kavramsal bilgiyle çözülecek soru öğrencilerin çok az bir kısmı tarafından doğru bir şekilde çözülebilmiştir. Hem kavramsal hem işlemsel bilgiyle çözülebilecek sorularda ise öğrenciler büyük oranda işlemsel bilgiyi tercih etmiştir. Kavramsal bilgi açısından donanımlı öğrencilerin aynı zamanda işlemsel kısımlarda da başarılı oldukları tespit edilmiştir. Soylu Aydın (2006), üniversite üçüncü sınıfta öğrenim gören sınıf öğretmeni adaylarının matematik dersinde kavramsal ve işlemsel öğrenmeyi dengeleyip dengelemediklerini araştırmıştır. Yarısı işlemsel yarısı kavramsal bilgiyi ölçen sorulardan oluşan bir ölçek ve görüşmelerden elde edilen verilerin değerlendirildiği bu çalışmada öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel öğrenmeyi dengelemedikleri görülmüştür. İşlemsel bilgi gerektiren sorularda daha yüksek başarı oranları görülürken konuların kavrama düzeyinde öğrenilmediği tespit edilmiştir. Delice ve Sevimli (2010), üniversite ikinci sınıfta öğrenim gören matematik öğretmen adaylarının belirli integral problemleri çözerken kullandıkları kavramsal-işlemsel bilgiler arasındaki ilişkileri incelemişlerdir. Çalışma sonuçları, kavram bilgisi açısından başarılı öğretmen adaylarının farklı temsilleri ilişkilendirerek kullanabildiklerini, işlem bilgisi açısından başarılı adayların cebirsel temsilleri daha çok kullandıklarını göstermiştir. Özyıldırım Gümüş ve Umay (2017) problem çözme stratejileri öğretimini ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü ikinci sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel çözüm yaklaşımlarına ve problem çözme başarılarına etkisini incelemiştir. Öğrenciler iki gruba ayrılarak gruplardan birine strateji temelli problem çözme eğitimi, diğerine strateji temelli olmayan problem çözme eğitimi verilmiştir. Çalışmada strateji temelli problem çözme eğitimi alan grubun işlemsel çözüm yollarını, strateji temelli olmayan problem çözme eğitimi alan grubun ise kavramsal çözüm yollarını tercih ettikleri görülmüştür. Ayrıca grupların her ikisinin problem çözme performansında artış olurken strateji temelli olmayan problem çözme eğitimi alan gruptaki artış daha kalıcı olmuştur. Özyıldırım Gümüş (2019), ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözümünde benimsedikleri kavramsal-işlemsel yaklaşımlarını incelemiştir. Tüm sınıf seviyelerinden öğrencilerin yer aldığı bu araştırma sonunda, öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel yaklaşımları dengeli bir şekilde kullandıkları, hatta daha çok kavramsal yaklaşımı benimsedikleri görülmüştür. Ayrıca erkek öğretmen adayları, kadın öğretmen adaylarına göre kavramsal yaklaşımı daha fazla benimsemiş; kadın öğretmen adayları ise erkeklere oranla işlemsel yaklaşımı daha fazla benimsemiştir. Sınıf düzeyine göre 1 ve 4. sınıflardaki öğretmen adayları kavramsal yaklaşımı daha fazla benimsemiş, 2. sınıfların işlemsel yaklaşımı daha fazla benimsediği ortaya çıkmıştır. Kavramsal ve işlemsel bilgi konusunda yapılan çalışmalar daha çok ilkokul, ortaokul ve üniversite düzeyinde yapılmıştır. Üniversite düzeyinde yapılan çalışmalarda matematik öğretmenliği bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel bilgi düzeylerini ölçen ve kavramsal-işlemsel yaklaşımlarını inceleyen çalışmalar çoğunluktadır. Mevcut çalışmada olduğu gibi hem ilköğretim matematik öğretmenliği hem de matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşımlarının birlikte incelendiği bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Konuyla ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleriyle ilgili çalışmalar ile kavramsal-işlemsel yaklaşımlarını belirlemeye yönelik çalışmaların ayrı ayrı ele alındığı dikkat çekmektedir. Bununla birlikte ispata yönelik görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşımların birlikte incelendiği yurtiçi ve yurtdışı çalışmalara rastlanmamıştır. Dreyfus'a göre ispat yapma becerisi bilginin değişik türlerine sahip olmayla ilgilidir (Moralı ve diğ., 2006). İspat yapma hem işlemsel bilgi hem de kavramsal bilgiyle ilgili olmakla birlikte kavramsal bilgiyle daha yakın bir ilişkisinin olması öngörülmektedir. Çünkü kavramsal bilginin oluşumu, matematiksel bilginin içselleştirilmesi ve ilişkilendirilebilmesi ile sağlanabilmektedir (Hiebert & Lefevre, 1986). Kavram bilgisi sadece kavramı tanımak veya kavramın tanımını ve adını bilmek değil, aynı zamanda kavramlar arasındaki karşılıklı geçişleri ve ilişkileri görebilmektir (Soylu ve Aydın, 2006). İspat yapılırken bu bilgi ve becerilere ihtiyaç duyulmaktadır. Matematiksel bir ispat yapılırken ispatı yapılan konuyla ilgili tanımlar, kavramlar ve ilişkiler zihinde süzülerek en doğru şekilde birleştirilip neden-sonuç ilişkileri göz önünde bulundurularak varsayımların doğrulanması ve açıklaması yapılmaktadır. Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının problem çözmede kavramsal-işlemsel yaklaşımları, matematiksel ispata yönelik görüşleri belli değişkenler açısından incelenmiş ve bahsi geçen yaklaşımlar ile görüşler arasındaki ilişkiler ortaya konulmaya çalışılmıştır.

1.2. Amaç

Bu çalışmanın amacı, üniversitede ilköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümlerinde öğrenim gören öğrencilerin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile problemlere kavramsal-işlemsel yaklaşım inançlarını bazı değişkenler açısından incelemektir.

1.3. Problem Durumu

Bu araştırmanın problem durumu: İlköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları ne durumdadır? Bu bağlamda araştırmanın aşağıdaki alt araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

- İlköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları, cinsiyete, bölümlerine ve sınıf düzeylerine göre anlamlı olarak farklılaşmakta mıdır?
- İlköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları ilişkili midir?

2. Yöntem

2.1. Araştırma Modeli

Bu çalışma nicel bir araştırma yaklaşımlarından ilişkisel tarama modeli kullanılarak yürütülmüştür. İlişkisel tarama modeli; iki ya da daha fazla sayıdaki değişken arasında, birlikte değişim varlığı ve/veya derecesini belirlemeyi hedefleyen bir araştırma modelidir (Karasar, 2012). Bu çalışmada da üniversite öğrencilerinin ispata ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları arasındaki ilişkiler cinsiyet, sınıf düzeyi ve bölüm değişkenlerine göre incelenmiştir.

2.2. Örneklem

Araştırmada öğrenim sürecinde ispat yapma ve problem çözmenin en sık kullanıldığı bölümler olan ilköğretim matematik öğretmenliği (İMÖ) ve matematik bölümlerindeki öğrencilerle çalışılmıştır. Araştırmanın evrenini, 2019-2020 akademik yılında Türkiye'de İç Anadolu Bölgesi'nin bir ilinde bir devlet üniversitesindeki öğrenciler oluşturmaktadır. Örneklem ise 2019-2020 akademik yılında bu üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümlerinde öğrenim gören toplam 237 öğrenciden oluşmaktadır. Örneklem seçiminde amaçsal örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçsal örnekleme, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak tanır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2010). Araştırmada ispata yönelik görüşler ve problem çözümündeki yaklaşımlar ele alındığı için bunları öğrenim sürecinde en yoğun şekilde kullanan bölüm öğrencileri örnekleme dahil edilmiştir. Tablo 1'de örneklemdeki öğrencilerin bölümlere, cinsiyete ve sınıf seviyesine göre dağılımı verilmiştir. Kız öğrencilerin sayısı, her iki bölümde de belirgin bir şekilde erkek öğrencilerin sayısından fazladır.

Tablo 1. Bölüm, sınıf seviyesine ve cinsiyete göre öğrenci dağılımları

İstatistik	Bölüm	f	%	Sınıf seviyesi	f	%
Bölüm	İMÖ	174	73,4			
	Matematik	63	26,6			
Cinsiyet	Kız	189	79,7			
	Erkek	48	20,3			
Sınıf Düzeyi	İMÖ	53	30,5	1. sınıf	69	29,1
	Matematik	16	25,4			
	İMÖ	43	24,7	2. sınıf	55	23,2
	Matematik	12	19			
	İMÖ	35	20,1	3. sınıf	50	21,1
	Matematik	15	23,8			
	İMÖ	43	24,7	4. sınıf	63	26,6
	Matematik	20	31,7			

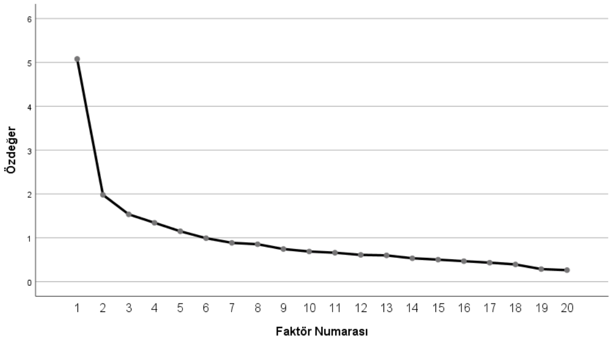
2.3. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veriler "Matematiksel İspat Yapma ile İlgili Görüşler Ölçeği" (MİYİGÖ) ve "Problem Çözümünde Kavramsal/İşlemsel Yaklaşım İnanç Ölçeği" (PKİYİÖ) ile toplanmıştır.

2.3.1. Matematiksel İspat Yapma ile İlgili Görüşler Ölçeği

MİYİGÖ, Almeida (2001) tarafından geliştirilmiştir. Moralı ve diğ. (2006) tarafından Türkçeye uyarlanarak ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının görüşlerini almak amacıyla kullanılmıştır. Moralı ve diğ. (2006) ölçeğin pilot çalışmasını yaparak bazı maddeleri çıkarmış ve ölçeğe son halini vermiştir. Ölçek 5'li Likert tipinde olup 20 maddeden oluşmaktadır. Moralı ve diğ.'nin (2006) yaptığı faktör analizleri sonucunda 7 faktör belirlenmiştir. Bunlar: öğrencilerin kişisel ispat yeterlilikleri 14, 18, 19 ve 20, öğrencilerin ispat yapmanın önemine ilişkin görüşleri 6, 7, 8 ve 17, öğrencilerin ispatın teoremi anlamaya etkisine yönelik görüşleri 11, 12, 13 ve 16, öğrencilerin ispat yapmaya yönelik benlik algıları 9 ve 10, öğrencilerin ispat yapmaya yönelik genel görüşleri 1, 2 ve 4, öğrencilerin örnek ve teoreme bakış açıları 3 ve 5 nolu maddelerdir. Öğrencilerin problem çözme ve matematiksel ispat arasındaki ilişkiye yönelik görüşleri 15 nolu maddedir. Elde edilen bu faktörler yerine Moralı ve diğ. (2006) çalışmalarında beş temel içeriğe indirgeyerek inceleme yapmıştır. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı Moralı ve diğ. (2006) tarafından 0,80 olarak bulunmuştur. Uygulamada bu ölçekten 70 puan üzerinde puan alanların görüşleri istenen düzeyde, 60 puan ve altında alanların görüşleri istenmeyen düzeyde ve 70-61 puan arasında alanların görüşleri kararsız (istenen ve istenmeyen düzeylerin arasında kalan düzey) olarak nitelendirilmiştir.

Mevcut çalışmada MİYİG ölçeğinin faktör analizi çalışması yeniden yapılmıştır. İlk olarak korelasyon matrisi için elde edilen Determinant=0,004 (Determinant>0,00001) olduğu için eldeki verilerin faktör analizine uygun olduğu kararına varılmıştır. Faktör analizi öncesinde örneklemin yeterliliğini test etmek için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) ve korelasyon matrisindeki ilişkilerin anlamlı olup olmadığını test etmek için Bartlett'in küresellik testi yapılmıştır. KMO=0,825>0,60 olduğundan örneklem yeterli sayılmıştır, ayrıca Bartlett'in küresellik testi sonucu anlamlılık değeri p=0,000<0,05 olduğundan korelasyon matrisindeki ilişkilerin anlamlı olduğuna karar verilmiştir.



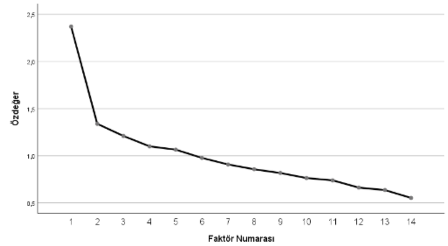
Şekil 1. MİYİGÖ'nin yamaç-birikinti grafiği

"Principal Axis Factoring" metoduyla yapılan analizler sonucunda beş faktörlü bir yapı ortaya çıkmıştır. Bu yapının yamaç-birikinti grafiği Şekil 1'de verilmiştir. Ortaya çıkan bu faktörler ispata yönelik kişisel yeterlilikler ve benlik algıları, ispata yönelik genel görüşler, ispatın teoremi anlamaya yönelik etkisi, ispatın işlevi ve ispat yapmanın önemi olarak isimlendirilmiştir. Faktör analizi sonucunda Moralı ve diğ. (2001) bulduğu faktör yapısını bulsaydık analizleri faktör puanları üzerinden yapabilecektik. Ama aynı faktör dağılımını elde edemediğimiz için toplam puanlar üzerinden analizler yapılmıştır. 20 maddeden oluşan MİYİG ölçeğinin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı α=0,815 olarak bulunmuştur. α>0,70 olduğundan bu maddelerden elde edilen puanların güvenilir olduğu kararına varılmıştır.

2.3.2. Problem Çözümünde Kavramsal/İşlemsel Yaklaşım İnanç Ölçeği

Bu ölçek Özyıldırım Gümüş ve Umay (2018) tarafından geliştirilmiş ve matematikle ilgili bölümlerde (matematik öğretmenliği bölümü, mühendislik fakültesi elektronik ve bilgisayar mühendisliği bölümleri ve fen fakültesi matematik bölümü) eğitim gören üniversite öğrencilerinin problem çözümünde kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi kullanımına yönelik yaklaşımlarının belirlenmesi amacıyla kullanılmıştır. Ölçek, 3 faktör ve 14 maddeden oluşmaktadır. Maddelerin her biri için iki cevap seçeneği bulunmaktadır. Bunlardan biri, işlemsel bilgi yaklaşımını diğeri kavramsal bilgi yaklaşımını temsil etmektedir. Ölçekteki faktörler; problem çözme benlik algısı (8, 9 ve 13 nolu maddeler), çözüm yolunu belirlemede amaç (3, 10, 11, 12 ve 14. maddeler), problem çözme davranışlarındaki farkındalık (1, 2, 4, 5, 6 ve 7. maddeler) şeklindedir. Ölçeğin Cronbach Alpha değeri 0,806'dır.

Bu çalışmada da PKİYİ ölçeğinin faktör analizi Özyıldırım Gümüş ve Umay (2018) tarafından elde edilen faktör yapısı bu örneklem üzerinde aynı şekilde dağılım göstermesi analiz edilmiştir. İlk olarak korelasyon matrisi için elde edilen Determinant=0,369 (Determinant>0,00001) olduğu için eldeki verilerin faktör analizine uygun olduğu kararına varılmıştır. Faktör analizi öncesinde örneklemin yeterliliğini test etmek için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) ve korelasyon matrisindeki ilişkilerin anlamlı olup olmadığını test etmek için Bartlett'in küresellik testi yapılmıştır. KMO=0,686>0,60 olduğundan örneklem yeterli sayılmıştır, ayrıca Bartlett'in küresellik testi sonucu anlamlılık değeri p=0,000<0,05 olduğundan korelasyon matrisindeki ilişkilerin anlamlı olduğuna karar verilmiştir.



Şekil 2. PKİYİÖ'nin yamaç-birikinti grafiği

"Principal Axis Factoring" metoduyla yapılan analizler sonucunda üç faktörlü bir yapı ortaya çıkmıştır. Bu yapının yamaç-birikinti grafiği Şekil 2'de verilmiştir. PKİYİÖ için ortaya çıkan faktörler üstbilişsel bilgi ve stratejilerin kullanımı, mücadele ve çözüm yolunu belirlemede amaç olarak isimlendirilmiştir. Bu maddelerin dağılımı bu örneklem için Özyıldırım Gümüş ve Umay (2018)'den farklı olduğundan analizler toplam puanlar üzerinden yapılmıştır. 14 maddeden oluşan Kavramsal-işlemsel yaklaşım inanç ölçeğinin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı α=0,585 olarak bulunmuştur. α<0,70 olduğundan maddelerden elde edilen toplam puanların düşük güvenilirlikte olduğu sonucuna varılmıştır.

2.4. Verilerin Analizi

Verilerin analizinde SPSS 25 paket programı kullanılmıştır. MİYİGÖ 5'li Likert tipinde olup Tamamen katılmıyorum=1, Katılmıyorum=2, Kararsızım=3, Katılıyorum=4 ve Kesinlikle katılıyorum=5 olarak kodlanmıştır. Veri girişi yapıldıktan sonra ters maddelerin dönüşümü yapılmıştır. PKİYİÖ ise kavramsal ve işlemsel yaklaşımları temsil eden iki seçenekten oluşmaktadır. Kavramsal yaklaşım=1 ve işlemsel yaklaşım=0 olarak kodlanmıştır. Daha sonra istatistiksel hesaplamaya geçilmiştir. İlk olarak her iki ölçek için de toplam puanlar hesaplatılmış ve betimsel istatistikler (ortalama, mod, medyan) yapılmıştır. Sonra toplam puanların cinsiyet, sınıf düzeyi ve bölüme göre farklılaşıp farklılaşmadığını incelemek için Mann Whitney U ve Kruskal Wallis testlerinden faydalanılmıştır. İspata yönelik görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşımlar arasında ilişki olup olmadığını anlamak için Spearman testi kullanılmıştır.

2.5. Ölçek Maddelerinden Alınan Toplam Puanlarla İlgili Betimsel Bulgular

İspata yönelik görüşler ölçeği, 5'li Likert tipinde olup toplam 20 maddeden oluşmaktadır. Tamamen katılmıyorum=1'den Kesinlikle katılıyorum=5'e kadar değerler alınmıştır. Buna göre bu ölçekten alınabilecek en yüksek puan 100, en düşük puan ise 20'dir. Ölçeğin tamamından yüksek puan almak, ispata yönelik pozitif görüşler anlamına gelmektedir. Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeği ise yedi kavramsal yedi işlemsel yaklaşımı temsil eden 14 maddeden oluşmaktadır. Kavramsal yaklaşımı temsil eden maddeler 1 olarak, işlemsel yaklaşımı temsil eden maddeler 0 olarak kodlanmıştır. Bu ölçekten elde edilebilecek en yüksek puan 14, en düşük puan 0'dır. Toplam puan arttıkça kavramsal yaklaşım düzeninin arttığı anlaşılacaktır. Tablo 2'te ölçeklerden elde dilen toplam puanların betimsel istatistikleri verilmiştir. Örneklemdeki bütün öğrenciler ispata yönelik görüş ölçeği ve kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğini yanıtlamışlardır.

Tablo 2. Ölçeklerden alınan toplam puanlarla ilgili betimsel istatistikler

İstatistik	MİYİGÖ	PKİYİÖ
Ortalama	66,0802	7,1097
Medyan	65	7
Standart Sapma	9,39651	2,61121
Varyans	88,294	6,818
Çarpıklık	0,125	0,085
Basıklık	0,740	-0,323
Açıklık	65	12
Minimum	33	1
Maksimum	98	13

Tablo 3. Ölçek toplam puanlarının Kolmogorov-Smirnov normallik testi sonuçları

Ölçekler	İstatistik	sd	p
MİYİGÖ	,048	237	,200
PKİYİÖ	,101	237	,000

Tablo 3'te ölçeklerden elde edilen toplam puanların normallik test sonuçları verilmiştir. Bu araştırmada $n=237>50$ olduğundan Kolmogorov-Smirnov testi uygulanmıştır. İspata yönelik görüşler ölçeğinden alınan toplam puanlar için $p=0,2>\alpha=0,05$ olduğundan değişken normal dağılım göstermektedir. Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğinin toplam puanları için $p=0,00<\alpha=0,05$ olduğundan normal dağılım göstermemektedir. Ancak Tablo 2'de görüldüğü gibi çarpıklık ve basıklık değerleri -1 ile +1 arasında olduğundan normal dağılım olarak alınabilmektedir (Hair, Black, Babin, Anderson ve Tatham, 2013).

2.6. Etik Konular

Etik Kurul Onayı gerektiren bu çalışma Erciyes Üniversitesi, Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulunun 29 / Mart / 2020 tarih 39 sayılı Etik Kurul Onayı alınarak gerçekleştirilmiştir.

3. Bulgular

Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları farklı değişkenler açısından incelenmiştir. Bu bölümde, uygulanan ölçeklerden alınan toplam puanların cinsiyete, okunan bölüme ve sınıf düzeyine göre anlamlı olarak farklılaşıp farklılaşmadığı analiz edilmiştir. Ayrıca matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşımlar arasındaki ilişkiye bakılmıştır.

3.1. Cinsiyete Göre Ortalamaların İncelenmesiyle İlgili Bulgular

Öğrencilerin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Öncelikle cinsiyete göre toplam puanların normal dağılım gösterip göstermediğine bakılmıştır. Tablo 4, iki ölçeğinde cinsiyet bazında betimsel istatistik değerlerini göstermektedir.

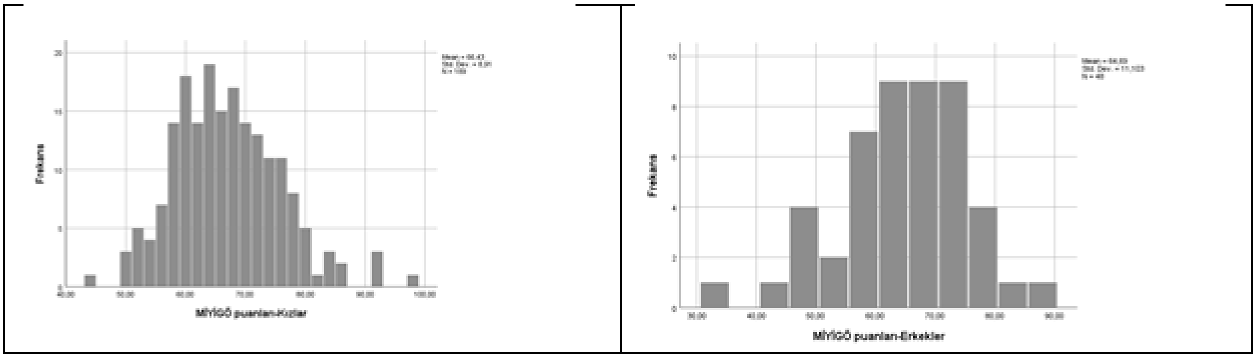
Tablo 4. Cinsiyete göre ölçeklerle ilgili betimsel istatistikler

İstatistik	MİYİGÖ		PKİYİÖ	
	Kız	Erkek	Kız	Erkek
Ortalama	66,4339	64,6875	6,963	7,6875
Medyan	65	65,5	7	8
Varyans	79,396	123,283	7,132	5,283
Standart Sapma	8,91044	11,1033	2,67051	2,29853
Minimum	44	33	1	3
Maksimum	98	88	13	12
Açıklık	54	55	12	9
Çarpıklık	,501	-,536	,164	-,137
Basıklık	,570	,404	-,298	-,248

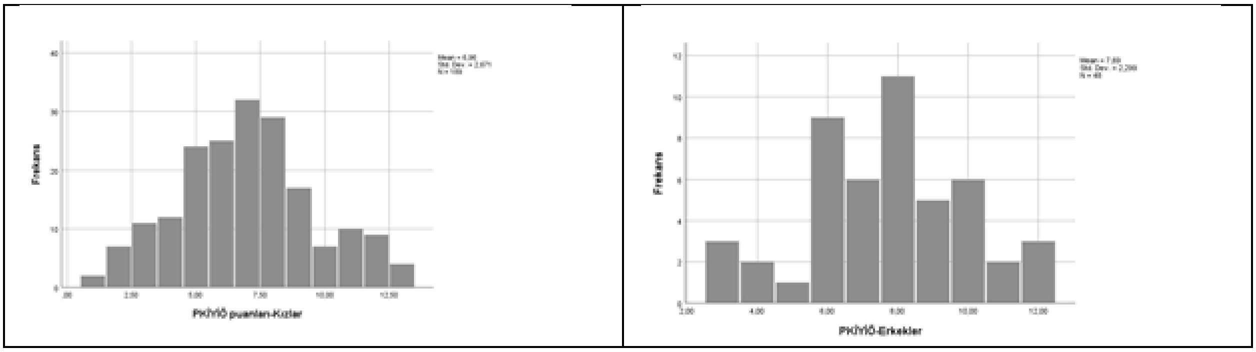
Tablo 5'te normallik testi sonuçlarına yer verilmiştir. Kız öğrenciler için n=189>50 olduğundan Kolmogorov-Smirnov, erkek öğrenciler için n=48<50 olduğu için Shapiro-Wilk testi sonuçları dikkate alınmıştır. Buna göre uygulanan ölçeklerden alınan toplam puanların erkek öğrenciler için normal dağılım gösterdiği anlaşılmaktadır ($p = 0,502 > \alpha = 0,05\ ve\ p = 0,126 > \alpha = 0,05$). Kız öğrencilerin ölçeklerden elde edilen toplam puanları için Tablo 5'e bakıldığında kız öğrenciler için normal dağılım göstermediği anlaşılmaktadır ($p = 0,041 < 0,05\ ve\ p = 0,00 < \alpha = 0,05$ olduğundan). Şekil 3 ve Şekil 4'te verilen histogram grafikleri, kızlar ve erkeklerin her iki ölçek puanlarının histogram grafikleri verilmiştir.

Tablo 5. Cinsiyete göre normallik testi sonuçları

Ölçek	Cinsiyet	Kolmogorov-Smirnov		Shapiro-Wilk	
		İstatistik	p	İstatistik	p
MİYİGÖ	Kız	,067	,041		
	Erkek			,978	,502
PKİYİÖ	Kız	,100	,000		
	Erkek			,962	,126



Şekil 3.Kız ve erkek öğrencilerin ispata yönelik görüş ölçeği toplam puanları



Şekil 4. Kız ve erkek öğrencilerin kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeği toplam puanları

Şekil 3'te verilen MİYİGÖ ölçeğinde erkek öğrencilerinin aldıkları toplam puanların normal dağılım gösterdiği görülmektedir. Histogram grafiği Shapiro-Wilk test sonucunu desteklemektedir. Şekil 3'te verilen kız öğrencilerin MİYİGÖ ölçeğinden aldıkları toplam puanların normal dağılım göstermediği görünmektedir. Kız öğrencilerinin toplam puanlarına uygulanan Kolmogorov-Smirnov testinin sonuçlarını desteklemektedir. Şekil 4'te ise PKİYİÖ ölçeğinden erkek öğrencilerinin aldıkları toplam puanlar normal dağılım göstermektedirler. Shapiro-Wilk testinin sonuçlarını desteklemektedir. Kız öğrencilerinin PKİYİÖ toplam puanları normal dağılım göstermemektir. Kolmogorov-Smirnov testinin sonuçlarını desteklemektedir.

Ölçeklerden elde edilen puanlar erkekler ve kızlar için normal dağılım göstermediğinden parametrik olmayan testlere geçilmiştir. Tablo 6'da cinsiyete göre sıra değerleri verilmiştir. Bu bölümde ispata ilişkin görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşım anketlerinden elde edilen puanların cinsiyet göre farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için yapılan Mann-Whitney U Testi bulgularına Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 6. Cinsiyete göre sıra değerleri

Ölçek	Cinsiyet	n	Sıra Ortalaması	Sıralar Toplamı
MİYİGÖ	Kız	189	120,13	22704
	Erkek	48	114,56	5499
PKİYİÖ	Kız	189	114,69	21675,5
	Erkek	48	135,99	6527,5

Tablo 7. Cinsiyete göre Mann-Whitney U testi istatistikleri

İstatistik	MİYİGÖ	PKİYİÖ
Mann-Whitney U	4323	3720,5
Wilcoxon W	5499	21675,5
z	-,502	-1,937
Asymp. Sig. (2-tailed)	,615	,053

Tablo 7'de görüldüğü gibi ispata yönelik görüşler ölçeği toplam puanları için yapılan Mann-Whitney U testi sonucunda (Mann-Whitney U=4323; z=-0,502; p=0,615) p>0,05 olduğundan ölçeğe katılan öğrencilerin ispata yönelik görüşlerinin cinsiyete göre anlamlı olarak farklılaşmadığı anlaşılmaktadır. Tablo 6'da kızların sıra ortalaması erkeklerinkinden yüksek olsa da bu farkın anlamlı olmadığı görülmüştür.

Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeği toplam puanları için yapılan Mann-Whitney U testi sonucunda (Mann-Whitney U=3720,5; z=-1,937; p=0,053) p>0,05 olduğundan ankete katılan öğrencilerin kavramsal-işlemsel yaklaşımlarının cinsiyete göre anlamlı olarak farklılaşmadığı anlaşılmaktadır. Tablo 6'da kızların sıra ortalaması erkeklerinkinden düşük olsa da bu farkın anlamlı olmadığı görülmüştür.

3.2. Bölüme Göre Ortalamaların İncelenmesiyle İlgili Bulgular

Öğrencilerin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları bölüme göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Tablo 8'de programlara göre toplam puanların betimsel istatistikleri verilmiştir.

Tablo 8. Programlara göre toplam puanların betimsel istatistikleri

	MİYİGÖ		PKİYİÖ	
İstatistik	İMÖ	Matematik	İMÖ	Matematik
Ortalama	65,1149	68,746	7,2126	6,8254
Medyan	64,5	69	7	7
Varyans	83,305	93,805	6,885	6,63
Standart Sapma	9,12714	9,68532	2,62396	2,57494
Minimum	33	41	1	1
Maksimum	91	98	13	12
Açıklık	58	57	12	11
Çarpıklık	,036	,253	,098	,036
Basıklık	,456	1,387	-,337	-,249

Tablo 9'daki normallik testi sonuçlarına göre uygulanan ölçeklerden alınan toplam puanların matematik bölümü öğrencileri için normal dağılım gösterdiği anlaşılmaktadır ($p = 0,200 > \alpha = 0,05$ ve $p = 0,066 > \alpha = 0,05$). İlköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğrencileri için ispata yönelik görüşler ölçeğindeki toplam puanların normal dağılım gösterdiği görülürken ($p = 0,200 > \alpha = 0,05$), kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğinde normal dağılım göstermediği ($p = 0,00 < \alpha = 0,05$) görülmektedir.

Tablo 9. Bölüme göre toplam puanların Kolmogorov-Smirnov normallik test sonuçları

Ölçek	Bölüm	İstatistik	p
MİYİGÖ	İMÖ	,057	,200
	Matematik	,090	,200
PKİYİÖ	İMÖ	,112	,000
	Matematik	,108	,066

Tablo 10. Bölüme göre MİYİGÖ toplam puanlarının bağımsız örneklemler t-testi sonuçları

Ölçek	t	p	Ort. farkları	Std. Hata farkı	95% Farkın güven aralığı	
					Alt	Üst
MİYİGÖ	-2,662	,008	-3,63109	1,36417	-6,31865	-,94353

Levene testi sonucunda ($p = 0{,}936$) $p > 0{,}05$ olduğu için ispat ölçeğinde varyansların eşitliği varsayımı sağlanmaktadır ve gruplar homojen dağılmaktadır. Tablo 10'da görüldüğü gibi ispata yönelik görüşler ölçeği için t-testinde hesaplanan anlamlılık değeri $(t(236) = -2{,}662; p = 0{,}008)$ $p < 0{,}05$ olduğu için bölümler arasında anlamlı bir farklılık vardır. Bu ölçek için ortalamalara baktığımızda matematik bölümü öğrencilerinin ispata ilişkin görüş puanlarının daha yüksek olduğu görülmektedir.

Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğindeki verilerin normal dağılım göstermediği ($p = 0{,}00 < \alpha = 0{,}05$) görülmektedir. Analizlere Mann Whitney U testi ile devam edilmiştir. Tablo 11'de betimsel istatistiklerine yer verilmiştir. Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeği toplam puanları için yapılan Mann-Whitney U testi sonucunda (Mann-Whitney U=5034; z=-0,966; p=0,334) p>0,05 olduğundan öğrencilerin kavramsal-işlemsel yaklaşımlarının bölüme göre anlamlı olarak farklılaşmadığı anlaşılmaktadır. Tablo 11'de İMÖ öğrencilerinin sıra ortalaması matematik bölümü öğrencilerinden yüksek olsa da bu farkın anlamlı olmadığı tespit edilmiştir.

Tablo 11. Bölüme göre sıra değerleri

Ölçek	Cinsiyet	n	Sıra Ortalaması	Sıralar Toplamı
PKİYİÖ	İMÖ	174	121,57	21153
	Matematik	63	111,90	7050

3.3. Sınıf Düzeyine Göre Ortalamaların İncelenmesiyle İlgili Bulgular

Öğrencilerin matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları sınıf düzeyine göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Öncelikle sınıf düzeyine göre toplam puanların normal dağılım gösterip göstermediğine bakılmıştır.

Tablo 12. Sınıf düzeyine göre ölçeklerden edinilen toplam puanların betimsel istatistikleri ve sınıf düzeyine göre Kolmogorov-Smirnov normallik test sonuçları

İstatistik	MİYİGÖ				PKİYİÖ			
	1. Sınıf	2. Sınıf	3. Sınıf	4. Sınıf	1. Sınıf	2. Sınıf	3. Sınıf	4. Sınıf
$\bar{x}$	67,3623	65,4364	66,0800	65,2381	7,4203	6,8909	6,4400	7,4921
Medyan	68	66	65	63	7	7	6	7
Varyans	53,676	97,547	121,708	93,152	5,394	8,951	6,007	6,835
SS	7,32636	9,87658	11,03212	9,65153	2,32256	2,99180	2,45082	2,61431
Minimum	50	41	33	48	2	1	2	2
Maksimum	82	91	98	91	12	13	13	13
Açıklık	32	50	65	43	10	12	11	11
Çarpıklık	-,278	-,012	,237	,514	,021	,126	,478	-,075
Basıklık	-,183	,534	1,710	-,184	-,152	-,565	,330	-,243
İstatistik	,084	,075	,100	,106	,103	,122	,142	,108
p	,200	,200	,200	,076	,065	,041	,013	,066

Tablo 12'deki normallik testi sonuçlarına göre ispata yönelik görüşler ölçeğinden alınan toplam puanların tüm sınıf düzeyleri için normal dağılım gösterdiği anlaşılmaktadır ($p = 0{,}200 > \alpha = 0{,}05$ ve $p = 0{,}076 > \alpha = 0{,}05$). Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğinden alınan toplam puanların 1 ve 4. sınıf düzeyleri için normal dağılım gösterdiği anlaşılmaktadır ($p = 0{,}065 > \alpha = 0{,}05$; $p = 0{,}066 > \alpha = 0{,}05$). 2 ve 3. sınıf düzeyinde normal dağılım göstermediği görülmektedir ($p = 0{,}041 < \alpha = 0{,}05$ ve $p = 0{,}013 < \alpha = 0{,}05$).

MİYİG ölçeğinde öğrencilerin test puanlarının sınıf düzeylerine göre anlamlı bir şekilde farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek için tek yönlü varyans analizi (ANOVA) bulgularına yer verilmiştir. ANOVA için toplam puanların nomal dağılım göstermesi ve homojen dağılım göstermesi gerekmektedir. Sınıf düzeyine göre MİYİG ölçeğinden alınan puanların normal dağılım göstermektedir. İspata yönelik görüşler ölçeğinin homojenlik testinde p=0,122> $\alpha = 0{,}05$ olduğundan ölçekten alınan puanlar homojen dağılım göstermektedir. Tablo 13'te verilen ANOVA testi sonuçlarına göre ispata yönelik görüşler ölçeği toplam puanları için hesaplanan anlamlılık değerine göre öğrencilerin ispata yönelik görüş puanları arasında sınıf düzeylerine göre anlamlı bir farklılık yoktur [F (3, 233) =0,680; p=0,565; p>0,05].

Tablo 13. Sınıf düzeyleri için ANOVA testi sonuçları

Ölçek		Kareler toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p
MİYİGÖ	Gruplar arası	180,899	3	60,3	,680	,565
	Grup içi	20656,578	233	88,655		
	Toplam	20837,477	236			

Kavramsal-işlemsel yaklaşım ölçeğinden alının puanlar sınıf düzeyine göre normal dağılmadığından parametrik olmayan testlere geçilmiştir. Kruskal Wallis H testi yapılmıştır. Tablo 14 PKİYİÖ'nin sınıf düzeyine göre sıra ortalamaları verilmiştir.

Tablo 14. PKİYİÖ'nin sınıf düzeyine göre sıra ortalamaları

Sınıf	n	Sıra Ortalaması
1. sınıf	69	128,25
2. sınıf	55	112,05
3. sınıf	50	100,69
4. sınıf	63	129,47

Kavramsal-işlemsel yaklaşım puanları için yapılan Kruskal-Wallis H testinde hesaplanan anlamlılık değeri $[x^2(3,\ n = 237) = 6{,}96;\ p = 0{,}073]$ $p > 0{,}05$ olduğundan İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşımlarının sınıf düzeylerine göre anlamlı olarak farklılaşmadığı anlaşılmaktadır. Bu sonucu desteklemek için de sınıf düzeylerinin karşılaştırmaları Mann-Whitney U testi yardımıyla ikişerli olarak yapılmıştır. Tablo 15'te öğrencilerin uygulanan PKİYİ ölçeğinden aldıkları puanların anlamlı olarak farklılaşıp farklılaşmadığının belirlenmesi için yapılan Mann-Whitney U testi sonuçlarına yer verilmiştir. İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanları $[U = 1651{,}5;\ z = -1{,}246;\ p = 0{,}213]$ için hesaplanan anlamlılık değeri $p > 0{,}05$ olduğundan 1 ve 2. sınıflarda anlamlı olarak farklılaşmamaktadır. İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanları $[U = 1297;z = -2{,}327;p = 0{,}020]$ için hesaplanan anlamlılık değeri $p < 0{,}05$ olduğundan 1 ve 3. sınıflarda anlamlı olarak farklılaşmaktadır. Tablo 14'teki sıra ortalamalarına bakıldığında bu farklılığın 1. sınıf öğrencilerinin lehine olduğu görülmektedir. Yani 1. sınıf üniversite öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanlarının anlamlı olarak 3. sınıf öğrencilerin puanlarından yüksek olduğu sonucuna varılmıştır. İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanları 1 ve 4. sınıflarda [U=2138; z=-0,163; p=0,870], 2 ve 3. sınıflarda [U=1269,5; z=-0,682; p=0,495] ve 2 ve 4. sınıflarda [U=1490,5; z=-1,314; p=0,189] için hesaplanan anlamlılık değeri p>0,05 olduğundan anlamlı olarak farklılaşmamaktadır. İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanları $[U = 1193;z = -2{,}228;p = 0{,}026]$ için hesaplanan anlamlılık değeri $p < 0{,}05$ olduğundan 3 ve 4. sınıflarda anlamlı olarak farklılaşmaktadır. Tablo 14'teki sıra ortalamalarında bu farklılığın 4. sınıf öğrencilerinin lehine olduğu görülmektedir. 4. sınıf üniversite öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşım puanlarının anlamlı olarak 3. sınıf öğrencilerin puanlarından yüksek olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 15. Sınıfların ikişerli Mann-Whitney U testi sonuçları (PKİYİÖ için)

Sınıflar	Mann Whitney U	Wilcoxon W	z	P
1-2	1651,5	3191,5	-1,246	,213
1-3	1297	2572	-2,327	,020
1-4	2138	4553	-,163	,870
2-3	1269,5	2544,5	-,682	,495
2-4	1490,5	3030,5	-1,314	,189
3-4	1193	2468	-2,228	,026

Tablo 15'ten elde edilen bulguların geneline bakıldığında ispata yönelik görüşlerin sınıf düzeylerine göre anlamlı olarak farklılaşmadığı görülmektedir. Kavramsal-işlemsel yaklaşımların ise 3. sınıflarda 1 ve 4. sınıflara göre anlamlı bir şekilde düşük seviyede olduğu görülmektedir.

3.5. Matematiksel İspat Yapmaya İlişkin Görüşleri ile Kavramsal-İşlemsel Yaklaşım İnançları İlişkisi

İspata yönelik görüşler ölçeği ile kavramsal-işlemsel yaklaşıma yönelik inanç ölçeğinden alınan toplam puanlar arasındaki ilişki incelenmiştir. Matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançların puanları arasında Spearman korelasyon katsayısı $(r = 0{,}326;p = 0{,}000)$ için hesaplanan anlamlılık değeri $p < 0{,}05$ olduğundan matematiksel ispat yapmaya ilişkin görüşler ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançların puanları arasında anlamlı bir ilişki vardır. $0,30 < r < 0,70$ olduğundan ölçeklerden elde edilen puanlar arasındaki ilişki, orta kuvvettedir (Büyüköztürk ve diğ., 2010).

4. Sonuç ve Tartışma

Çalışmada ilköğretim matematik öğretmenliği ve matematik bölümlerinin farklı sınıf seviyelerinde öğrenim görmekte olan öğrencilerin matematiksel ispata yönelik görüşleri ile problem çözmeye kavramsal-işlemsel yaklaşımları incelenmiştir. İspata ilişkin görüşler, öğrencilerin ispata yönelik sorunlarını ortaya çıkarmada ve gidermede ilk adımı oluşturacak bilgiyi sağlaması (Moralı ve diğ., 2006) bakımından önem taşımaktadır. Problem çözümüne kavramsal-işlemsel yaklaşımın belirlenmesi ise matematik öğretiminde kavramsal bilgi-işlemsel bilgi dengesinin sağlanıp sağlanmadığını belirleme noktasında etkili olacaktır. Çünkü matematikte başarının yolu birbirini tamamlayan iki değişken olarak görülen kavramsal ve işlemsel bilgi çeşitlerine dengeli bir şekilde önem verilmesinden geçmektedir. İşlemsel ve kavramsal bilgi etkileşimli bir şekilde gelişir, bir bilgi tipindeki artış diğer bilgi tipindeki artışa neden olur (Rittle-Johnson ve diğ., 2001). Bu bağlamda İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin ispata yönelik görüşleri ve kavramsal-işlemsel yaklaşımları nicel ölçme araçlarıyla belirlenmeye çalışılmış, cinsiyet, sınıf düzeyi, bölüm değişkenlerine göre incelenmiş ve aralarındaki ilişki belirlenmiştir.

MİYİG ölçeğinden alınabilecek ortalama puan 60'tır ve Moralı ve diğ. (2006) bu ölçekte 61-70 puan aralığını ne olumlu ne olumsuz (kararsız) görüşler olarak nitelendirmiştir. Örneklemdeki öğrencilerin bu ölçekten aldıkları puanların ortalaması ise $\bar{x} = 66,080$ dir. Genel olarak öğrencilerin ispata yönelik ne olumlu ne de olumsuz görüşe sahip oldukları görülmüştür. Çalışmalarda da öğretmen adaylarının ispata yönelik görüş puanlarının ne olumsuz ne olumlu (kararsız) puan aralığında olduğu belirlenmiştir (Altıntaş ve İlgin, 2020; Doruk ve Güler, 2014; Kayagil, 2012). Güler ve Dikici (2012) ise matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı görüşmeler sonrasında öğretmen adaylarının ispata yönelik olumlu görüşlere sahip oldukları bulgusuna ulaşmışlardır. Bulgular arasındaki bu farklılıkların kullanılan araştırma yöntemi, ölçme aracı ve çalışılan örneklemden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. PKİYİ ölçeğinden alınabilecek ortalama puan ise 7'dir. Örneklemdeki İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin ölçekten aldıkları puan ortalaması ise $\bar{x} = 7,1097$ 'dir. Buna göre genel olarak öğrencilerin kavramsal-işlemsel yaklaşımları dengeli bir şekilde benimsedikleri düşünülmektedir. Ata (2013) ve Özyıldırım Gümüş (2019)'da öğretmen adaylarının kavramsal ve işlemsel bilgileri eşit düzeyde kullandığı sonucuna ulaşmıştır. Karaaslan ve Ay (2017) ise öğretmen adaylarının işlemsel bilginin kullanımına daha fazla ağırlık verdiklerini ifade etmiştir. Benzer şekilde Mahir (2009) de matematik bölümü öğrencilerinin işlemsel bilgiyi daha fazla kullandıkları ve işlemsel bilgiyle çözülebilecek problemlerde daha başarılı olduklarını tespit etmiştir. Özyıldırım Gümüş (2019) ise ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözümünde kavramsal yaklaşımı daha fazla benimsedikleri bulgusuna ulaşmıştır. Araştırma sonuçları arasındaki bu farklılıkların kullanılan ölçme aracından, örneklemden ve araştırma yönteminden kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Ayrıca mevcut araştırmada öğrencilerin kavramsal-işlemsel yaklaşımları sadece onların ifadelerinden yola çıkarak belirlenmeye çalışılmıştır. Ancak kimi araştırmalarda öğrencilerin problem çözümleri üzerinden bu yaklaşımlar belirlenmeye çalışılmıştır. Bu durumun da çıkan sonuçlar arasında farklılığa neden olabileceği düşünülebilir.

MİYİG ve PKİYİ ölçeklerinden alınan puanların cinsiyete göre anlamlı olarak farklılaşmadığı görülmüştür. Bu sonuç ispata yönelik görüşlerde Kayagil (2012)'in bulgularıyla benzerdir. MİYİG ölçeğinde bölümlere göre ortalamalar incelendiğinde matematik bölümü öğrencilerinin ispata yönelik daha olumlu görüşlere sahip olduğu görülmüştür. Matematik bölümü öğrencilerinin İMÖ bölümü öğrencilerine göre pür matematik ve ispatla daha fazla uğraşmaları bu sonucun ortaya çıkmasında etkili olabilir. Alan yazında bu iki bölümdeki öğrencilerin ispata yönelik görüşlerini inceleyen başka çalışmaya rastlanmamakla beraber, Gökkurt ve Soylu (2012) İMÖ ve fen bilgisi öğretmenliği bölümlerindeki öğrencilerle çalışmış ve ispata yönelik görüşlerinde anlamlı farklılıklar bulmamıştır. Ancak Gökkurt ve Soylu'nun çalıştığı grubun sadece birinci sınıf öğrencilerinden oluşması ve muhtemelen ispata yönelik görüşlerin henüz tam anlamıyla oluşmamasının etkili olduğu düşünülebilir. Mevcut araştırmada ise tüm sınıf seviyelerinden öğrencilerle çalışıldığından bölümler arası farklılıklar bulgulara yansımıştır. PKİYİ ölçeğinden alınan puanların ortalaması bölümlere göre incelendiğinde İMÖ ve matematik öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşımları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmektedir. Alan yazında farklı bölümlerde öğrenim gören üniversite öğrencilerinin kavramsal-işlemsel yaklaşımlarıyla ilgili bir çalışmaya rastlanmadığından elde edilen bulguyla karşılaştırılamamaktadır. İMÖ bölümünde alan eğitimi derslerinde kavramsal öğrenmeye daha fazla ağırlık verilse de matematik bölümünde ispatla öğrenimin bu durumu dengelediği düşünülebilir. Daha fazla yorum için ek çalışmaya ihtiyaç vardır. Sınıf düzeylerine göre ispata yönelik görüşlerin anlamlı bir şekilde farklılaşmadığı görülmüştür. Yani 1, 2, 3 ve 4. sınıfların matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri hemen hemen aynı düzeydedir. Moralı ve diğ. (2006), Kayagil (2012), Altıntaş ve İlgün (2020)'de üniversite öğrencilerinin ispata yönelik görüşlerinin anlamlı bir şekilde farklılaşmadığını bulmuştur. Alan yazında başka araştırmalarla desteklenen bu sonuç ilgi çekicidir. Hatta Doruk ve Güler (2014) üçüncü sınıf öğrencilerinin birinci ve ikinci sınıf öğrencilerine göre ispata yönelik görüşlerinin daha yetersiz olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuca göre öğrencilerin aldıkları matematik eğitiminin ispata yönelik görüşleri üzerinde geçen yıllar içerisinde bir etkisi olmadığı düşünülebilir. Varghese (2009) öğretmen adaylarının çoğunun ispatı yalnızca ileri matematik öğrenmeyi planlayanlar gibi seçilmiş öğrenci gruplarına sunulması gerektiğine inandıklarını ifade etmiştir. O halde bu inançla hareket eden öğretmen adayları üniversite eğitimleri boyunca ispatı sadece belli süreliğine kullanacakları ve sınıfı geçmelerine yarayacak bir araç olarak görüp ispatın anlamına ve önemine ilişkin kafa yormamış olabilirler. Bu bulguların nitel araştırmalarla desteklenmesi ve matematikte ispata yönelik görüşleri etkileyen farklı değişkenlerin incelenmesi gerekmektedir. Sınıf düzeylerine göre kavramsal-işlemsel yaklaşımların 3. sınıf öğrencilerinde 1 ve 4. sınıflara göre anlamlı bir şekilde düşük olduğu görülmüştür. Diğer bir deyişle 3. sınıf öğrencileri 1 ve 4. sınıflardaki öğrencilere göre işlemsel yaklaşıma daha yakındır. Özyıldırım Gümüş (2019)'da kavramsal-işlemsel yaklaşımlar açısından sınıf düzeyleri arasında farklılıklar olduğunu bulmuştur. Bahsedilen çalışmada sınıf düzeyine göre 1 ve 4. sınıflardaki öğretmen adayları kavramsal yaklaşımı daha fazla benimsemiş, 2. sınıfların işlemsel yaklaşımı daha fazla benimsemiştir. 1 ve 4. sınıflardaki öğretmen adayları kavramsal yaklaşımı daha fazla benimsemeleri bulgusu mevcut çalışmanın ilgili bulgusuyla uyuşmaktadır. Bu farklılığın nedenleri üzerine yeni çalışmaların yapılması gerekmektedir.

Son olarak çalışmada İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları arasında orta düzeyde bir ilişki bulunmuştur. İspata yönelik görüşler konusunda öğretmen adayları ve diğer üniversite öğrencileriyle yapılan önceki çalışmaların önemli bir kısmında ispata yönelik görüşlerin istenen düzeyde olmadığı sonucuna varılmıştır (Varghese, 2009; Moralı ve diğ., 2006; Gökkurt ve Soylu, 2012). Bu görüşleri istenen düzeye getirmenin bir yolu da ispata yönelik görüşleri etkileyen başka değişkenlerle ilgilenmektir. Her ne kadar bu çalışma nedensellikle ilgili bir bulgu içermese de kavramsal-işlemsel yaklaşım ile ispata yönelik görüşler arasında ortaya çıkan bu ilişki sayesinde kavramsal öğrenmeye ağırlık verildiği takdirde ispata yönelik görüşlerin de istenen düzeye yaklaşacağı düşünülebilir.

İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri ile problem çözümündeki kavramsal-işlemsel yaklaşım inançları arasında orta düzeyde bir ilişki olması öğretim sürecinde bu iki değişkenin birbirini etkileyebileceğini düşündürmektedir. İMÖ ve matematik bölümü öğrencilerinin öğretiminde kavramsal öğrenmelere ağırlık verildiğinde ve öğrenciler kavramsal yaklaşımların kullanımı için teşvik edildiklerinde ispat becerileri ve ispata yönelik görüşlerinde de gelişme olacağı göz önünde bulundurulmalıdır. Gelecek çalışmalarda bu çalışmadan çıkan sonuçların nitel yöntemlerle daha derinlemesine araştırılması önerilmektedir. Örneğin bu çalışmada matematik bölümü öğrencilerinin İMÖ öğrencilerine göre ispata yönelik daha olumlu görüşlere sahip oldukları görülmüştür. Bu durumun oluşmasında nelerin etkili olduğu, matematik bölümlerinde daha fazla pür matematik ve ispatla ilgilenilmesinin etkili olup olmadığı incelenebilir. Benzer şekilde kavramsal-işlemsel yaklaşım seviyelerinin sınıf düzeyine göre farklılaşma nedenleri araştırılabilir. Ayrıca farklı örneklemlerin ispata yönelik görüşleri ile kavramsal-işlemsel yaklaşımları incelenebilir.

5. Etik Beyanı

Bu araştırma etik konular dikkate alınarak ve etik kurallara uygun olarak yürütülmüştür. 24/03/2020 Tarihli ve 39 numaralı Etik Kurul Onay Belgesi Erciyes Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Etik Kurulu'ndan alınmıştır.

6. Çıkar ve Katkı Beyanı

Yazarların çıkar çatışması yoktur. Yazarların makaleye katkıları eşit orandadır.

Kaynakça

Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: Some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 31*(6), 869-890.

Almeida, D. (2001). Pupils' proof potential. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32, 153-60.*

Altıntaş, E., ve İlgün, Ş. (2020) İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşlerinin belirlenmesi: Kars örneklemi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 28*(3), 1573-1582.

Altıparmak, K., ve Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi, 6*(1), 25-37.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi.* Ankara: Gazi Kitabevi.

Ata, A. (2013). *Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerinin incelenmesi.* Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Aydoğdu İskenderoğlu, T. (2016). Kanıt ve kanıt şemaları. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler (s.* 65-83) içinde. Ankara: Pegem Akademi.

Baker, J. D. (1996). Students' difficulties with proof by mathematical induction. *The Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New York, USA.

Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(2), 529-550.

Büyüköztürk, Ş., Akgün, Ö. E., Demirel, F., Karadeniz, Ş., ve Çakmak, E. K. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* Ankara: Pegem.

Dede, Y. ve Karakuş, F. (2014). Matematiksel ispat kavramına pedagojik bir bakış: Kuramsal bir çalışma. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 4*(2), 47-71.

Delice, A., ve Sevimli, E. (2010). Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullanılan temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 9*(3), 581-605.

Doruk, M. ve Güler, G. (2014). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispata yönelik görüşleri. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, (3), 71-93.

Furinghetti, F. & Morselli, F. (2009). Every unsuccessful problem solver is unsuccessful in his or her own way: affective and cognitive factors in proving. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(1), 71-90.

Gökkurt, B., ve Soylu, Y. (2012). Üniversite öğrencilerinin matematiksel ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, *1*(4), 56-64.

Güler, G., ve Dikici, R. (2012). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *20*(2), 571-590.

Güler, G., Özdemir, E. ve Dikici, R. (2012). Öğretmen adaylarının matematiksel tümevarım yoluyla ispat becerileri ve matematiksel ispat hakkındaki görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *20*(1), 219-236.

Güler, G. (2016). The difficulties experienced in teaching proof to prospective mathematics teachers: academician views. *Higher Education Studies*, *6*(1), 145-158.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E., & Tatham, R. (2013). *Multivariate data analysis, Edinburgh Gate Harlow*.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, *2*, 1-27.

Kayagil, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri ve bu görüşlerin bazı değişkenlere göre incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, *1*(2), 134-141.

Karaaslan, K. G. ve Ay, Z. S. (2017). Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin alan bilgilerinin kavramsal-işlemsel bilgi kapsamında incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(2), 716-736.

Karasar, N. (2012), *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Mahir, N. (2009). Conceptual and procedural performance of undergraduate students in integration. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *40*(2), 201-211.

Miller, S. P., & Hudson, P. J. (2007). Using evidence-based practices to build mathematics competence related to conceptual, procedural, and declarative knowledge. *Learning Disabilities Research & Practice*, *22*(1), 47-57.

Miral, D. (2013). *Ortaöğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin matematiksel ispat yöntemleri hakkındaki görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in mathematics*, *27*(3), 249-266.

Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., ve Yeşildere, S. (2006). Matematik öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 14(1),* 147-160.

Özer, Ö., ve Arıkan, A. (2000). Lise matematik derslerinde öğrencilerin ispat yapabilme düzeyleri. *Educational Studies in Mathematics*, *41*, 47-68.

Özyıldırım Gümüş, F. ve Umay, A. (2017). Problem çözme stratejileri öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kavramsal/işlemsel çözüm tercihlerine ve problem çözme performansına etkisi. *İlköğretim Online*, *16*(2), 746-764, 2017. doi: 10.17051/ilkonline.2017.30473

Özyıldırım Gümüş, F. ve Umay, A. (2018). Problem çözümüne kavramsal/işlemsel yaklaşım ölçeğinin geliştirilmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18(*1), 375-391.

Özyıldırım Gümüş, F. (2019). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözümünde benimsedikleri kavramsal ve işlemsel yaklaşımlarının belirlenmesi: İç Anadolu Örneği. *Journal of Social Sciences Eskisehir Osmangazi University/Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20 (Özel Sayı),885-905.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, *93*(2), 346-362.

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(2), 83-95.

Tall, D. (1998). The cognitive development of proof: Is mathematical proof for all or for some. *The Conference of the University of Chicago School Mathematics Project*, Chicago: Chicago University.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2(*2), 87-102.

Wilson, S., Floden, R. & Ferrini-Mundy, J. (2001). *Teacher preparation research: Current knowledge, gaps, and recommendations*. Seattle: U.S. Department of Education. University of Washington, Center for the Study of Teaching and Policy.

Varghese, T. (2009). Secondary-level student teachers' conceptions of mathematical proof. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, *1*, 1-14.

Yavuz, G. (2019). The relationship of learning approaches, opinions about mathematical proof and metacognitive awareness. *International Online Journal of Educational Sciences*, *11*(4), 83-94.