BAŞKENT UNIVERSITY
JOURNAL OF EDUCATION

2020, 7(1), 110-128 ISSN 2148-3272

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Lineer ve Lineer Olmayan Örüntüleri Genelleme Stratejileri

Primary School Teachers' Strategies for Generalizing Linear and Nonlinear Patterns

Hacer Türkoğlu[a*], Halil İbrahim Yalın[b]

[a]*Başkent University, Ankara, Turkey*
[b]*Cyprus International University, Nicosia, TRNC*

Öz
Bu çalışmanın amacı; sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan örüntüleri genelleme ve bu örüntüleri yakın, orta ve uzak terimlere devam ettirme stratejilerini belirlemek ve karşılaştırmaktır. Sınıf öğretmenliği lisans programı 1. sınıfta öğrenim görmekte olan 40 sınıf öğretmeni adayına lineer (doğrusal), kuadratik (karesel) ve üslü (geometrik) örüntü problemini genellemeye yönelik 3 soru sorulmuştur. Öğretmen adaylarının kullandıkları genelleme stratejileri; alan yazında belirtilen stratejiler ve bu stratejilerden ortak olanları incelenerek belirlenen kavramsal çerçeveye göre sınıflandırılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre, sınıf öğretmeni adaylarının kısmen lineer ve çoğunlukla lineer olmayan örüntü türlerinin genel kuralını yazmakta zorlandıkları ve genellikle belirgin stratejiyi kullandıkları görülmektedir. Örüntü türlerinde yakın terimleri bulmak için sıklıkla yinelemeli stratejiden, örüntüyü orta ve uzak terimlere devam ettirmede ise kuraldan yararlandıkları görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel düşünme, genelleme, örüntüler, sınıf öğretmeni adayları.

Abstract
This study aims to identify and compare the preservice elementary teachers' generalization strategies about linear and nonlinear patterns and maintaining these patterns to the near, middle and far terms. Three questions about generalizations for linear, quadratic and exponential pattern problems were posed to 40 preservice elementary school teachers in the first year of their undergraduate program. The preservice teachers' generalizations strategies were categorized according to the conceptual framework determined by analysing generalizations strategies mentioned in previous researches and their common points. The results indicated that preservice elementary school teachers had difficulty in writing general rule of partially linear but mostly nonliner patterns and generally used explicit strategy for generalization. They often used recursive strategy to find near terms and general rule to contiune these patterns to the middle and far terms.

Keywords: Algebraic thinking, generalization, patterns, preservice elementary teachers

Giriş

Genelleme hem matematiğin (Kaput,1999; Mason 1996; Zazkis ve Liljedahk, 2002) hem de cebirsel düşünmenin (Kinach, 2014; Mason, Graham ve Johnston-Wilder 2005) temelidir. Ayrıca genelleme, matematik ve cebir öğretiminin temel amaçlarından biridir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Lee (1996), hem cebirin hem de matematiğin tamamının genellemeler üzerine kurulu olduğunu belirtmiştir. Genelleme, öğrencilerin aritmetikteki ön

[*]*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Res. Assist. Hacer Türkoğlu, Department of Mathematics and Science Education,Faculty of Education, Başkent University, Ankara, Turkey. E-mail address:hturkoglu@baskent.edu.tr. ORCID ID: 0000-0001-6214-9888.*
[b]*Halil İbrahim Yalın, Department of Computer Education and Instrucional Technologies, Faculty of Education, Cyprus International University, Nicosia, TRNC. E-mail address:hyalin@ciu.edu.tr. ORCID ID: 0000-0002-6355-7661.*
Received Date: August 16th, 2019. Acceptance Date: December 20th, 2019.

bilgilerini kullanarak cebiri anlamalarına (Lannin, 2005; Radford, 2000), aritmetik ve cebir arasında bağlantı kurarak (Kaput, 1999), cebirsel düşünmelerine yardımcı olur (Kieran, 2004; Lee ve Wheeler, 1989; NCTM, 2000). Bunun yanı sıra, ileriki süreçte değişken ve fonksiyon kavramları gibi cebirin diğer kavramlarına bağlı öğrenmeleri üzerinde de önemli rol oynamaktadır (Usiskin, 1988).

Genelleme cebirin, örüntüler ise genellemenin temel adımıdır (Tanışlı ve Özdaş, 2009). NCTM (2000), örüntülerin cebirsel düşünme sürecine katkısı üzerinde durarak, her sınıf seviyesinde örüntülerin, ilişkilendirme ve genellemenin cebir için gerekli olduğunu vurgulamıştır. Dolayısıyla okul öncesi dönemden itibaren öğrencilerin örüntüler içindeki ilişkileri bulması ve ileriki kademelerde de örüntülerin genellenmesi yolu ile cebirsel düşünmenin gelişimine yardımcı olması bakımından örüntüler oldukça önemlidir (Kieran, 2004; Warren ve Cooper, 2008;).

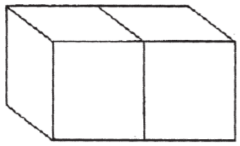
Örüntüler; tekrarlı ve değişen olmak üzere ikiye ayrılır (Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Yaman ve Umay, 2013). Tekrarlı örüntüler sayıların yanı sıra, şekillerin, yön işaretlerinin, renklerin vb. belli bir kural içerisinde sıralanmasıdır (Threlfall, 1999). ABCABCABCABC örüntüsünde olduğu gibi, uzunluğu 3 (ABC), tekrarlanma sayısı 4 olan örüntü, tekrarlı örüntüye örnek olarak verilebilir. Tekrarlayan örüntülere biraz daha karmaşıklık katmak amacıyla terimlere büyüklük, küçüklük, yön, renk gibi farklı özellikler de eklenebilir (Threlfall,1999). ABCabABCab örüntüsü bu ifadeye örnek olarak verilebilir. Değişen örüntüde ise; terimler arasında sabit ya da değişen miktarda artma veya azalma vardır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2014). Örüntüler sayı, şekil, görsel, tablo, grafik ve sözel gibi farklı temsillerde lineer ve lineer olmayan şeklinde sunulabilir (Threlfall, 1999; Yaman, ve Umay, 2013).

Örüntüleri genellerken farklı çözüm stratejileri kullanılır. Bu stratejiler örüntülerin temsil biçimlerine, türlerine ve öğrencilerin soruyu farklı yorumlamalarına göre çeşitlilik gösterebilir. Lannin (2005), öğrencilerin farklı stratejileri kullanmalarını, daha önce kullandıkları ya da alışkın oldukları stratejilere, sosyal etkileşime, şekil örüntülerindeki şeklin yapısı gibi etkenlere dayandırmaktadır. Uluslararası alan yazında, farklı sınıf düzeylerinde ve farklı temsillerdeki örüntüleri genellemede kullanılan stratejileri inceleyen çalışmalar bulunmaktadır (Becker ve Rivera, 2005, 2006; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Radford, 2006; Rivera ve Becker, 2003, 2005; Rivera, Knott, ve Evitts, 2007; Stacey, 1989).

Örüntü problemlerini çözerken kullanılan stratejiler araştırmacılar tarafından da farklı yorumlanabilmektedir. Lannin (2005) örüntülerin genelleme stratejilerini iki ana başlık altında toplamıştır. Bunlardan biri belirgin/fonksiyonel diğeri ise belirgin olmayan stratejilerdir. Belirgin-fonksiyonel stratejilerde değişkenler (girdi-bağımsız; çıktı-bağımlı) arası ilişki araştırılırken, belirgin olmayan stratejilerde ise; değişkenler arası ilişkilerden ziyade örüntü içerisinde yer alan terimler arasındaki ilişkilere odaklanılır. Yani belirgin stratejilerde değişkenlere bağlı ilişki genellenirken, belirgin olmayan stratejilerde ise, yalnızca çıktı-bağımlı değişkenin değerlerine odaklanma ve verilen problem durumunda istenilen değerleri çizme, sayma, model oluşturma gibi işlemler yapılır. Healy ve Hoyles (1999) ise, genellemede kullanılan stratejileri sınıflandırmasını sembolik ve şematik yaklaşım olmak üzere iki ana başlık altında gruplandırıp, her bir grupta farklı stratejilerden bahsetmektedir. Sembolik yaklaşımın altındaki stratejileri; sayma, terimlerle işlem, terimler arasındaki farklılıklara odaklanma ve değişken kullanma olmak üzere 4 kategoride ele almıştır. Sayma stratejisi; yapılandırılmamış bir şekilde örüntü üzerinde sayma yapmayı, terimlerle işlem; istenilen bir terimi elde etmek için bilinen bir terimi kullanmayı, terimler arası farklılıklara odaklanma; ardışık terimler arasındaki farklılıklara dayanan hesaplamayı, değişken kullanma ise; bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiye dayanan hesaplamayı içerir. Şematik yaklaşım ise; daha çok şekil örüntülerinin genellenmesinde kullanılan stratejileri barındırır ve bu yaklaşımın altında; nesneleri algılama ve terimler arası ilişkileri gruplama stratejilerini içerir. Genelleme stratejilerine yönelik Stacey (1989) ise, genelleme stratejilerini; şekil üzerinde sayma, fark, bütüne genişletme ve lineer metot olmak üzere 4 başlıkta ele almıştır. Sayma metodu, şekil çizerek ve terimdeki elemanları sayarak yeni terimi bulmayı, fark metodu; terimler arasındaki farkı kat sayı alarak yazmayı, bütüne genişletme; çarpım ya da toplam yolu ile büyük terimlere ulaşmayı, lineer metot ise; değişken kullanarak doğrusal bir ifade yazmayı içerir. Radford (2006) ise, genelleme stratejilerini tahmin, aritmetik ve cebirsel genelleme olmak üzere 3 kategoride incelemiştir. Tahmin; örüntüde istenilen kuralı deneme yanılma yoluyla bulmayı, aritmetik genelleme; tüm terimlerin ortak yönünü cebirsel bir ifade yazmadan sadece bazı ortak yönlerin ve ilişkilerin belirtilmesini, cebirsel genelleme ise; örüntüdeki terimler arasındaki ortak yönün ve ilişkinin bulunması ve her terim için doğru sonucu verecek cebirsel bir ifadenin yazılması durumlarını içerir. Lannin, Barker ve Townsed (2006) ise, genelleme stratejilerini yinelemeli, bütüne genişletme, gruplama ve belirgin olmak üzere 4 kategori altında toplamıştır. Bu dört genelleme stratejisi aslında yukarıda belirtilen stratejileri kapsayan daha genel bir sınıflandırmadır.

İlgili alan yazın (Healy ve Hoyles,1999; Lannin, 2005; Lannin, Barker ve Townsed, 2006; Ley, 2005; Radford, 2006; Stacey, 1989) dikkate alınarak, araştırmacıların isimlendirdiği ve tanımladığı genelleme stratejilerinin ortak özelliklerini açıklayan stratejiler ve her birine ait örnekler Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'de verilen stratejilere ait örnekler Lannin'in (2005) çalışmasında yer alan "Cube Sticker-Çıkartmalı Küp" örneği üzerinden açıklanmıştır. Lannin'in (2005) sorusu aşağıdaki gibidir:

Bir şirket renkli çubuklar üretmek için tek sıra halinde küpleri yan yana birleştiren ve küplerin açıkta kalan her bir yüzüne gülen yüz çıkartmaları yapıştıran çıkartma makinesi kullanıyor. Makine, açıkta kalan her bir yüze tek bir çıkartma yapıştırmaktadır. Örneğin 2 küp kullanılarak oluşturulan çubukta 10 çıkartma bulunmaktadır.



1. 1-10 küp ile oluşturulan çubukta kaç tane çıkartma olduğunu bulunuz. Bu değerlere nasıl ulaştığınızı açıklayınız.
2. 20 küp kullanılarak oluşturulan çubukta kaç çıkartma bulunmaktadır? 50 küp kullanılarak oluşturulan çubukta durum ne olur? Açıklayınız.
3. 150 çıkartma bulunan çubukta kaç küp vardır?
4. Küplerle oluşturulan herhangi uzunluktaki bir çubuğa ait çıkartma sayısını veren kural geliştiriniz.

Tablo 1
Genelleme Stratejileri ve Örnekleri

Stratejiler ve Alternatif farklı isimleri	Açıklamaları	Örnekleri
Sayma	Bir şekli oluşturan parçaları saymayı ya da istenilen niteliği hesaplamak için modelleme yapmayı ya da şekil çizmeyi içerir. Özellikle yakın terimleri bulmak için kullanılır.	Çıkartmalı Küp sorusunda öğrenciler her bir yüzdeki çıkartma sayısını sayarak bulur.
Yinelemeli veya Eklemeli	Gelecek terimleri bulmak için örüntüdeki önceki terimlerin kullanılmasını içerir. Öğrenciler terimler arası farkı bulmayı ve gelecek terimleri bulmak için de terimler arasındaki elde ettikleri farkı son terime eklemeyi tercih eder.	Çıkartmalı Küp sorusunda öğrenciler ardışık terimlerdeki çıkartma sayısının 4 arttığını fark etmesi üzerine, örüntüyü 6.10,14,18… şeklinde devam ettirir.
Katsayı ile çarpma	Doğrusal örüntüleri genellemede ortaya çıkan bu durumda; öğrenciler terimler arası farkın sabit olduğunu fark eder ve n. terimi elde edilen farkla çarparlar.	4,8,12,16… şeklindeki örüntüde terimler arasındaki fark 4 olduğundan n'nin 4 ile çarpılması ile kuralın (4n) olması durumudur ve bu kural bu örüntü için geçerlidir. Fakat Çıkartmalı Küp sorusunda örüntü 6,10,14,18… şeklinde devam edip terimler arasındaki fark 4 olsa bile bu örüntü için 4n geçerli bir kural değildir.
Bütüne genişletme ya da Oranlama	Örüntü problemlerinde orantılı akıl yürütme becerilerini içerir. Birimlerin katlarını kullanarak daha büyük bir birimi yapılandırmadır. Örneğin 5 silgi 10 TL ise, 15 silgi; 30 TL dir.	Çıkartmalı Küp sorusunda, öğrencilerin 10. terimdeki çıkartma sayısının 42 olduğunu bildiğini varsayalım. 20. terimdeki çıkartma sayısını bulmak için 10. terimin değerinin 2 katını alırlar. Fakat, 20. terimdeki çıkartma sayısı $42 \times 2 = 84$ 'dür demeleri yeterli değildir. Bütüne genişletme startejisinde fazla ya da eksik sayılan nesneler göz önüne alınmalıdır. Öğrencilerin en çok yaptığı hata da budur. 84'ün içinde başta ve sonda iki kere sayılan çıkartma yer almaktadır. Dolayısıyla öğrencilerden fazla sayılan çıkartmaları fark ederek 84-2=82 demeleri beklenir.
Gruplama	Örüntüdeki terimler arasındaki farkı ve aralık sayısını kullanarak aritmetik genellemeler yoluyla bilinmeyen terimin değerini hesaplamadır. Bilinen terimdeki niceliği kullanarak bilinmeyen terime ulaşmaktır.	Çıkartmalı Küp sorusunda öğrencilerin 10. terimdeki çıkartma sayısının 42 olduğunu bildiğini varsayalım. 20. terimdeki çıkartma sayısını bulmak için $42 + 10(4)$ şeklinde yaptıkları akıl yürütmeleridir (Çünkü arada 10 küp vardır ve her bir küpte çıkartma sayısı 4 artmaktadır)
Tahmin veya Deneme-Yanılma	Kuralın geçerliliğini düşünmeden, bir kural tahmin etmedir. Problem durumunu temsilen bir kural	Çıkartmalı küp sorusunda öğrenciler aradaki farkın 4 olduğunu fark ederek kuralı 4n şeklinde genellerler. Fakat kuralın her bir

	ortaya konulur. Öğrenci bu kural üzerinden doğrulama yapmaya çalışır.	terim için sağlanmadığını görerek 4n'e deneme yanılma yolu ile ekleme ya da çıkarma yaparlar. Bu çıkarım tahmin yollarından yalnızca biridir. Olgunlaşmamış tüme varım gerçekleşir.
Belirgin ya da Fonksiyonel	İki değişken (input-output) arasındaki ilişkiyi belirlemeye yöneliktir. Bu strateji denklemleri ve formülleri kullanarak fonksiyonları belirlemeye yönelik ilk adımdır. Bu nedenle fonksiyonel strateji de denilebilir. Bu strateji, herhangi bir değişken için hesaplama yapmanın en güvenilir ve hızlı yoludur. n. terim için genel kural yazmaya imkan verir.	Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişki üzerine kurulan kuraldır. Çıkartmalı Küp sorusunda öğrenciler genel kuralı Ç=4n+2 ya da farklı akıl yürütmeler sonucu Ç= 6n-2(n-1) ya da Ç=4(n-2)+10 şeklinde ifade etmişlerdir.

Yinelemeli strateji, bağımsız değişkenin farklı terimlerine karşılık gelen değerleri tanımlamadır. Öğrenciler değerler arasındaki ilişkileri açıklar. Lannin ve diğerleri (2006), yinelemeli stratejinin iki ana özelliğini şu şekilde açıklamıştır; Bunlardan ilki; örüntünün terimleri arasında var olan ilişkinin farkına varabilmedir. İkincisi ise; bağımsız değişkenin ardışık terimleri arasındaki sayı örüntüsünü fark edebilmedir. Bütüne genişletme stratejisine göre, öğrenciler bütün içerisinde yer alan parçaların katları arasındaki ilişkileri fark eder ve daha büyük parçaya ulaşmaya çalışır. Stacey (1989), bütüne genişletme stratejisini; küçük bir parçaya ait değerin belli bir katını, daha büyük bir parçayı bulmak için kullanma şeklinde tanımlamıştır. Gruplama stratejisini Healy ve Hoyles (1999); terimler arasındaki farklılığı, aritmetik işlemler yolu ile bulma şeklinde tanımlamıştır. Townsend (2005), gruplama stratejisini; istenilen değeri bulmak için yinelemeli örüntü üzerine bilinen değerlere birim ekleme şeklinde ifade etmiştir. Belirgin strateji ise, bağımsız değişkeni bağımlı değişken ile ilişkilendirerek açıklamaktır. Bu stratejiye bazı kaynaklarda (Lannin, 2005) fonksiyonel strateji de denilmektedir. Bu ilişki, girdi ve çıktı verileri arasındaki ilişkiye dayanır ve değişkene bağlı olarak açık bir kural yazılır (Ley, 2005). Belirgin strateji, değişkenin herhangi bir değeri için hesaplama yapmanın en etkili yoludur. Örneğin hesaplanması ya da sayılması zor olan uzak terimi (ör:100. terim) bulmak için bu stratejiyi kullanmak en güvenilir yoldur.

Her sınıf düzeyindeki öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçlerini ve çözüm stratejilerini inceleyen çalışmalar bulunmaktadır. Papic, Mulligan ve Mitchelmore (2011), okul öncesi dönemindeki öğrencilerin geometrik, tekrarlayan ve genişleyen örüntüleri genelleme sürecini incelemiştir. İlkokul düzeyinde de öğrencilerin genelleme stratejilerini inceleyen çalışmalar (Carraher, Martinez ve Schliemann 2008; Kaput, Carraher ve Blanton, 2017; Moss, Beatty, McNab ve Eisenband, 2006; Stacey, 1989) yapılmıştır. Stacey (1989) ilkokul öğrencileri ile yaptığı çalışmasında, öğrencilerin genelleme yaparken özellikle yakın terimleri bulmak için sayma stratejisini kullandıklarını, terimler arası tekrarlayan artışı kat olarak aldıklarını, uzak terimleri bulmak için ise bütüne genişletme ve lineer stratejileri kullandıklarını belirtmiştir. Moss ve diğerleri (2006), ilkokul öğrencilerinin çoğunlukla yinelemeli stratejiyi kullandıklarını ifade etmiştir. Benzer şekilde, Carraher, Martinez ve Schliemann (2008) yaptıkları çalışmada, ilkokul öğrencilerinin daha çok yinelemeli stratejiyi kullandıklarını fakat bunun yanı sıra fonksiyonel stratejiyi kullananların da olduğunu belirtmiştir.

Ortaokul düzeyinde öğrencilerin genelleme stratejilerini inceleyen çalışmaların (Akkan ve Çakiroglu, 2012; Girit ve Akyüz, 2016; Gökçe, ve Yeşildere-İmre, 2017; Güner, Ersoy ve Temiz, 2013; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg, ve Stephens, 2011; Lannin, 2005; Nathan ve Kim, 2007; Özdemir ve diğerleri, 2015; Tanışlı, 2011; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017) sayıca fazla olması da dikkat çekicidir Özdemir, Dikici ve Kültür (2015), öğrencilerin soruyu çözmeye ve yakın terimleri bulmaya yinelemeli strateji ile başladıklarını, uzak terimleri bulmak için ise belirgin stratejiyi kullandıklarını belirtmiştir. Girit ve Akyüz'ün (2016), ortaokul 6-7 ve 8. sınıf öğrencilerinin genelleme stratejilerini karşılaştırdığı çalışmasında, sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin cebirsel sembolleri kullanmaya yönelik eğilimlerinin arttığı fakat öğrencilerin değişken kavramına yönelik algılarında sıkıntılar olduğu görülmüştür. Gökce ve Yeşildere-İmre (2017), öğrencilerin çoğunlukla sayı örüntülerinde ardışık terimler arasındaki ilişkiye odaklandıklarını (yinelemeli strateji), çok azının terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi incelediklerini (belirgin strateji), bazılarının ise, terimler arasındaki orana (bütüne genişletme stratejisi) baktıklarını belirtmişlerdir. Öğrencilerin yakın terimi bulmada (4.-5. terim gibi) sayma yönteminden yararlandıklarını, uzak terimi bulmada ise, terim sırası ve terimler arasındaki ilişkiyi inceleyen belirgin stratejiyi kullandıklarını ifade etmişlerdir. Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin' in (2017) ortaokul öğrencilerinin farklı temsil türlerindeki örüntülerini genelleme süreçlerini inceledikleri çalışmasında, öğrencilerin temsil türü ne olursa olsun öncelikle terimler arasındaki farka (yinelemeli strateji) odaklandıklarını ifade etmişlerdir.

Lise öğrencileri ile yapılan çalışmalar da (Becker ve Rivera, 2005; Townsed, 2005) lise öğrencilerinin ilkokul ve ortaokul öğrencilerinde olduğu gibi tahmin, deneme-yanılma, yinelemeli, gruplama, bütüne genişletme ve belirgin stratejilerini kullandıklarını belirtmektedir. Ayrıca Townsed (2005), lise 10. sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmasında, lise öğrencilerinin bu stratejilerden en çok yinelemeli ve gruplama stratejilerini, en az ise belirgin stratejiyi tercih ettiklerini ifade etmiştir.

Öğretmen adayları ile yapılan çalışmalara (Alajmi, 2016; Barbosa ve Vale, 2015; Hallagan, Rule ve Carlson, 2009; Magiera, Van den Kieboom ve Moyer, 2013; Orton,Orton ve Roper, 1999; Tanışlı ve Köse, 2011; 2013; Tanışlı, Köse ve Camci, 2017; Yeşildere, 2011; Zazkis ve Liljedahk, 2002) bakıldığında; sınıf öğretmeni adayları, lineer şekil örüntü problemlerinde belirgin stratejiyi; lineer olmayan problemlerde ise çoğunlukla yinelemeli stratejiyi kullanmaktadır (Orton ve diğerleri, 1999; Yeşildere ve Akkoç, 2010). Öğretmen adaylarının lineer şekil örüntü problemlerinde zorlanmadan cebirsel genelleme yapabildikleri fakat lineer olmayan örüntülerde daha çok deneme yanılma yöntemine başvurdukları ve aritmetik genelleme yaptıkları görülmektedir (Yeşildere, 2011). Benzer durum Hallagan, Rule ve Carlson'nın (2009) çalışmasında da görülmektedir. Tanışlı ve Köse'nin (2013) sınıf öğretmenleri adaylarının lineer şekil örüntülerini genellemeye yönelik yaptığı çalışmasında, öğretmen adaylarının bazılarının cebirsel genelleme yapabilmelerinin yanı sıra aritmetik genelleme, deneme yanılma ve tahmin çıkarımlarında bulunarak olgunlaşmamış tümevarım stratejilerine dayalı genelleme yaptıkları görülmektedir.

Farklı sınıf düzeyindeki öğrenciler örüntüleri genellerken birtakım stratejileri kullanmakla birlikte bu süreçte bazı problemler de yaşamaktadırlar. Öğrencilerin; i) genelleme yaparken n notasyonuna bağlı ifadeyi-kuralı yazmada sıkıntı yaşamaları ii) lineer örüntülere göre lineer olmayan örüntülerin kuralını yazmada zorlanmaları iii) bütüne genişletme ve gruplama stratejilerinde hatalar yapmaları yaygın görülen problemlerden bir kaçıdır. Moss ve diğerleri (2006), ilkokul öğrencilerinin terimler arası ilişkiyi fark ettiklerini fakat örüntünün genel kuralını açıklamada- zorlandıklarını belirtmiştir. Aynı problem ortaokul öğrencilerinde de görülmektedir (Gökce ve Yeşildere-İmre, 2017; Yeşildere-İmre ve diğerleri , 2017). Benzer durum lise öğrencilerinde de görülmektedir. Lise öğrencileri, değişken kavramını bilmelerine rağmen n notasyonuna bağlı genel kuralı yazmakta zorlanmaktadır (Becker ve Rivera, 2003). Ayrıca Moss ve diğerleri (2006) yaptığı çalışmada, ilkokul öğrencilerinin bütüne genişletme stratejisinde aritmetik ve mantıksal hatalar yaptıklarını belirtmiştir. Benzer sonuç Özdemir ve diğerlerinin (2015) ortaokul öğrencileri ile yaptıkları çalışmada da görülmüş olup, öğrencilerin bütüne genişletme stratejisini nadir kullandıkları, kullananların çoğunun da hata yaptığı belirtilmiştir.

Araştırma sonuçlarına genel olarak bakıldığında, ilkokul ve ortaokul düzeyinde örüntüleri genellemeye yönelik yaşanan problemlerin, öğretmen adaylarında da yaşandığı görülmektedir. Zazkis ve Liljedah (2002), öğretmen adaylarının sayı örüntülerini cebirsel notasyonlar kullanarak genelleme yapmakta zorlandıklarını ifade etmiştir. Benzer şekilde Rivera ve Becker (2003) çalışmasında, öğretmen adaylarının genelleme yapmada zorluk yaşadıklarını, sadece %25 inin doğru genelleme yapabildiklerini diğerlerinin ise daha çok tahmin, deneme-yanılma stratejilerinden faydalandıklarını belirtmiştir. Cebirsel notasyonlara bağlı kural yazmadaki zorluklar lineer olmayan örüntülerde daha da artmaktadır (Hallagan ve diğerleri, 2009). Yeşildere ve İmre (2011) de öğretmen adaylarının lineer olmayan örüntüleri genellemede daha çok zorlandıklarını belirtmiştir.

Her seviyede aynı problemlerin yaşanıyor olması, ilkokulda alınan eğitimin ve bu dönemde yaşanan problemlerin ileriki dönemler de devam edebileceğini düşündürmektedir. Birçok araştırma (Baumert ve diğerleri, 2010; Campbell ve diğerleri, 2014; Darling-Hammod, 2000; Hill, Rowan ve Ball, 2005) öğretmenlerin alan bilgileri ile öğrencilerin öğrenme çıktıları arasında ilişki olduğunu göstermektedir. Bu çalışmalardan bazıları (Baumert ve diğerleri. 2010; Hill ve diğerleri, 2005) öğretmenlerin pedagojik-alan bilgilerinin öğrenci başarısı üzerine etkisini incelemiş ve öğrenci başarısı üzerinde etkili olduğunu ortaya koymuştur. Bazı araştırmacılar ise öğretmenlerin öğrencilerine cebirsel düşünmeyi kazandırmadaki rolünü incelemiş ve sınıf öğretmelerinin cebirsel alan bilgilerinin (Doerr, 2004; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi ve Battey, 2007) ve fonksiyonel düşünmeyi sınıflarına entegre edebilmeleri için uygun materyaller ve aktiviteleri seçmenlerinin önemini (Blanton ve Kaput, 2011) vurgulamışlardır.

Dolayısıyla öğretmenlerin cebirsel alan bilgileri, ileride yapacakları öğretimi şekillendirecek olup, bu öğretimin öğrencilerinin cebirsel düşünme gelişimine etki etmesi kaçınılmazdır. Okul öncesi eğitim de dahil olmak üzere ilkokuldan itibaren cebirsel düşünmeyi kazandırmak için genelleme becerisinin kazandırılması önemlidir (Blanton ve diğerleri, 2015). Bu nedenle sınıf öğretmenlerine büyük görev düşmektedir.

Türkiye'de örüntüler konusu ilköğretim matematik müfredatına ilk defa 2005 yılında girmiştir ve program kazanımlarında; örüntüleri yorumlama ve analiz etme becerilerinin bu dönemde kazandırılması gerektiği belirtilmektedir. 2018 yılında Milli Eğitim Bakanlığı'nın (MEB, 2018) yayınladığı yeni ilkokul matematik öğretim programında, örüntüler kavramı geometri ve sayılar öğrenme alanları altında 1., 2., 3. ve 4. sınıfta yer almaktadır. Örüntülere ait kazanımlar aşağıda liste halinde verilmiştir.

- 1. sınıftaki geometri öğrenme alanının altındaki kazanımlar;
    - Nesnelerden, geometrik cisim ya da şekillerden oluşan bir örüntüdeki kuralı bulur ve örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek örüntüyü tamamlar.
    - En çok üç ögesi olan örüntüyü geometrik cisim ya da şekillerle oluşturur.
- 2. sınıftaki sayılar öğrenme alanının altındaki kazanımı;
    - Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntüleri tanıma, kuralını bulma ve örüntüdeki eksikliği tanımlar.

- 2.sınıftaki geometri öğrenme alanının altındaki kazanımlar;
  - Tekrarlayan bir geometrik örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek tamamlar.
  - Bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturur.
- 3. sınıftaki sayılar öğrenme alanındaki kazanımı;
  - Aralarındaki fark sabit olan sayı örüntüsünü genişletir ve oluşturur.
- 3. sınıfta geometri öğrenme alanındaki kazanımı;
  - Şekil modelleri kullanarak kaplama yapar, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kâğıt üzerine çizer.
- 4. sınıfta sayılar öğrenme alanındaki örüntü kazanımı;
  - Belli bir kurala göre artan veya azalan sayı örüntüleri oluşturur ve kuralını açıklar.

İlkokul döneminde amaçlanan; aritmetiği kullandırarak öğrencilere cebirsel ve fonksiyonel düşünme becerisi kazandırmaktır (Blanton ve Kaput, 2004; Carraher ve Schliemann, 2015; Kieran, Pang, Schifter ve Ng, 2016). Bu öğretimi verecek olan sınıf öğretmenlerinden de hem alan bilgisi hem de pedagojik bakımından yeterli olması beklenmektedir. Örüntüleri genelleme stratejileri farklı sınıf seviyelerinde ve farklı temsil türlerinde araştırmacılar tarafından ele alınmasına rağmen özelde sınıf öğretmeni adayları ile (Barbosa ve Vale, 2015; Hallagan ve diğerleri, 2009; Tanışlı ve diğerleri, 2017; Zazkis ve Liljedahk, 2002) sınırlı sayıda çalışma yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda da araştırmacıların daha çok öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme stratejilerini inceledikleri görülmektedir. Alan yazında sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan (kuadratik ve üslü) örüntülerin genelleme stratejilerini inceleyen ve bu örüntü türleri arasındaki stratejileri inceleyen ve karşılaştıran bir çalışmaya; öğretmen yetiştiren kurumlardaki adaylara cebirsel düşünme becerileri kazandırma süreçlerinin tartışılması ve mevcut öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin irdelenmesi sebebiyle ihtiyaç olduğu düşünülmektedir.

Bu düşünce ile bu çalışmanın amacı; sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan (kuadratik ve üslü) örüntülerin genelleme stratejilerinin incelenmesi olarak belirlenmiştir. Bu amaç doğrultusunda araştırma problemleri şu şekildedir;

1. Sınıf öğretmeni adaylarının lineer örüntü problemini genelleme stratejileri nelerdir?
   a. Sınıf öğretmeni adaylarının lineer örüntü problemine ait yakın-orta ve uzak terimleri bulma stratejileri nelerdir?
2. Sınıf öğretmeni adaylarının kuadratik örüntüyü problemini genelleme stratejileri nelerdir?
   a. Sınıf öğretmeni adaylarının kuadratik örüntü problemine ait yakın-orta ve uzak terimleri bulma stratejileri nelerdir?
3. Sınıf öğretmeni adaylarının üslü örüntü problemini genelleme stratejileri nelerdir?
   a. Sınıf öğretmeni adaylarının üslü örüntü problemine ait yakın-orta ve uzak terimleri bulma stratejileri nelerdir?

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada, betimsel araştırma türlerinden tarama modeli kullanılmıştır. Tarama çalışmalarında, kişilerin, grupların ya da fiziksel ortamların özellikleri (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2018) ve var olan durumun araştırılıp, açıklanıp, ortaya çıkarılması amaçlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Örnek olay tarama modeli ise; belirli bir olguya ilişkin ayrıntılı betimleme yapmayı amaçlar (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan örüntüler bağlamında genelleme süreçlerinin incelenmesi ve mevcut durumun betimlenmesi amaçlandığından örnek olay tarama modeli benimsenmiştir.

Katılımcılar

Araştırmanın amacına bağlı olarak derinlemesine ve zengin veri elde etmek için amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde amaç; seçilen örneklemin geniş bir kitleyi temsil etmesi değil, araştırmanın amacına uygun ve derinlemesine uygulama yapılabilecek bir grubun seçilmesidir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2018). Ölçüt; araştırmacı tarafından oluşturulabilir ya da önceden hazırlanmış ölçütler listesi kullanılabilir (Marshall ve Rossman, 2014). Ölçüt örneklemesi, araştırmanın konusu olan herhangi bir durum ölçüt olarak belirlenip, yapılabilir (Grix, 2001). Bu nedenle bu araştırmanın örneklem seçimindeki ölçüt; katılımcıların Temel Matematik I-II derslerini yeni almış ve başarılı (100 üzerinden 65-69 aralığına denk gelen C harf notuna sahip) bir şekilde tamamlamış olmalarıdır. Bu derslerin içeriğinde; sayı kümeleri, fonksiyon, birinci ve ikinci derecen denklemler ve eşitsizlikler gibi örüntüler konusuna ön ya da yardımcı bilgi oluşturabilecek konular yer almaktadır. Sınıf öğretmeni adaylarının lisans eğitimleri boyunca tek alan matematiği dersi olan bu ders yalnızca 1. sınıfta verilmektedir. Öğrencilerin eski bilgilerini unutma ihtimalini en aza indirmek amacıyla çalışmaya yalnızca 1. sınıf öğrencileri dahil edilmiştir.

Çalışmanın katılımcılarını Ankara ilinde bulunan bir vakıf üniversitesinin sınıf öğretmenliği programının 1. sınıfına kayıtlı olan 50 sınıf öğretmeni adayından Temel Matematik I-II dersinden en az C harf notu ve üzerini alan 40'ı çalışmanın katılımcılarını oluşturmaktadır.

Katılımcıların %95'i kadın, %5'i ise erkek öğrencidir. Bu durum özellikle araştırmanın yürütüldüğü kurumda sınıf öğretmenliği programının erkeklere oranla kadın öğrenciler tarafından daha çok tercih edilmesinden kaynaklanmaktadır.

Çalışmada, öğretmen adaylarının isimleri belirtilmeyip, her bir öğretmen adayına 1 den 40'a kadar ÖA1,ÖA2,…ÖA40 şeklinde kodlar verilmiştir.

Veri Toplama Aracı

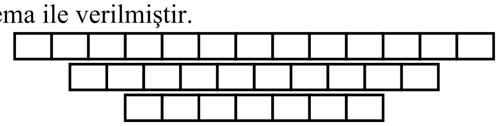
Katılımcıların genelleme stratejilerini belirleyebilmek için, Örüntü Testi (ÖT) oluşturulmuştur. Bu testte yer alan sorular; alan yazında bu konuyla ilgili olan ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalar (Alajmi, 2016; English ve Warren, 1998; Hallagan ve diğerleri, 2009; Magiera, Van den Kieboom ve Moyer, 2013; Rivera ve Becker, 2003) incelenerek hazırlanmıştır. Teste son hali verilmeden önce testteki soruların ifadesi ve amaçlarıyla geçerlilik uyumunun kontrolü için matematik eğitimi alanında bir doktor öğretim üyesinin görüşüne başvurulmuştur. Testte yer alan soruların amaçları Tablo 2'de, sorular ise Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 2
ÖT'nde yer alan soruların amaçları

Soru Adı	**Amacı**
Tiyatro Koltuğu	Lineer ifade yazarak genelleme
Berkay'ın Parası	Kuadratik ifade yazarak genelleme
Hücre Bölünmesi	Üslü ifade yazarak genelleme

ÖT'nde, lineer, kuadratik ve üslü örüntü problemi olmak üzere toplam 3 soru bulunmaktadır.

Tablo 3
ÖT'nde yer alan sorular

Soru No	Soru Adı / Soru Gövdesi
1	**Tiyatro Koltuğu** Bir tiyatro salonunun ilk sırasında 7 koltuk vardır. Her sırada bir öncekinden 3 fazla koltuk vardır. Aşağıdaki şekilde ilk 3 sıra şema ile verilmiştir.  a) 4. sırada kaç tane koltuk vardır? Açıklayınız. b) 10. sırada kaç tane koltuk vardır? Açıklayınız. c) 20. sırada kaç tane koltuk vardır? Açıklayınız. d) 150. sırada kaç koltuk vardır? Açıklayınız. e) Her bir sıradaki koltuk sayısını hesaplatan bir kural geliştiriniz ve açıklayınız.
2	**Berkay'ın Parası** Berkay para biriktirmek istemektedir. İlk gün 1 TL, ikinci gün 2 TL, üçüncü gün ise 3 TL kumbaraya atmaktadır. a) 4. günün sonunda Berkay'ın ne kadar parası olur? b) 8. günün sonunda Berkay'ın parası ne kadar olur?, c) 15. günün sonunda Berkay'ın parası ne kadar olur? d) 55. günün sonunda Berkay'ın parası ne kadar olur? e) Her bir gün sonunda Berkay'ın parasını hesaplatan bir kural geliştiriniz ve açıklayınız
3	**Hücre Bölünmesi** Bir bilim adamı laboratuvarında bakteri üretmek istemektedir. Bakteri hücresi ikiye bölünerek çoğalmaktadır. Her bir hücre ilk dakikadan itibaren, dakikada 2'ye bölünerek çoğalmaya devam etmektedir. a) 4 dk sonra hücre sayısı kaç olur? b) 6 dk sonra hücre sayısı kaç olur? c) 50 dk sonra hücre sayısı kaç olur?

d) Herhangi bir dakika için hücre sayısını hesaplatan bir kural geliştiriniz.

Soruların alt maddeleri yakın, orta ve uzak terimleri buldurmayı ve son maddesi ise n. terime göre genel kuralı yazdırmayı amaçlamaktadır.

Araştırma Süreci

Veri toplama aracı-ÖT öğretmen adaylarına 2017-18 eğitim öğretim yılı bahar döneminin sonunda tüm konular bittikten sonra son hafta ders saatinde uygulanmıştır. Teste başlamadan önce öğretmen adaylarına araştırmacı ve dersin öğretim elemanı tarafından sadece cevapların değil ayrıntılı açıklamalarında yazılması gerektiği belirtilmiştir. Testin çözülmesi için öğretmen adaylarına verilen süre 30 dakikadır. Uygulama sürecinde öğretmen adaylarının yanıtlarını kendi başlarına verdiklerinden emin olunmuştur. Uygulama esnasında araştırmacı ve dersin öğretim elemanı gözlemci olarak sınıfta bulunmuş ve gözlemcilere öğretmen adayları tarafından herhangi bir soru sorulmamış ve gözlemciler adaylara yönlendirme yapmamıştır.

Verilerin Analizi

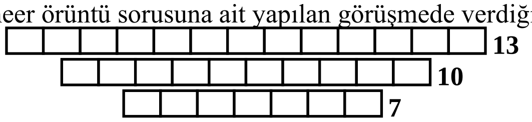
Verilerin analizinde, daha önceki yapılan çalışmalardaki (Alajmi, 2016; Barbosa ve Vale, 2015; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Lannin ve diğerleri, 2006; Stacey,1989) genelleme stratejileri ve bu stratejiler arasındaki benzerlikler göz önünde bulundurularak oluşturulan kavramsal çerçeve kullanılmıştır. Katılımcılardan alınan yanıtlar bu çerçeveye göre sınıflandırılmıştır. Çalışmada ele alınan çerçeveye ait her bir stratejinin açıklamaları ve uygun örnek çözümleri Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 4'te yer alan genelleme stratejilerine ait örnek çözümler, veri toplama aracındaki (ÖT) lineer örüntü sorusu olan "Tiyatro Koltuğu"na aittir.

Tablo 4
Örüntüleri Genelleme Stratejileri Çerçevesi

Strateji	Açıklaması
Sayma	Şekil çizerek sayma, hesap makinesi kullanarak yakın terimleri bulma vb. Örnek: İlk sırada 7, ikinci sırada 10 koltuk olduğunu sayarak ifade eder.
Yinelemeli	Öğrenci, bağımsız değişkenin ardışık değerleri arasındaki ilişkiyi gösteren örüntüyü tanımlar. Örnek: İlk satırdaki 7 koltuğu sayar ve daha sonra, her satır için 3 koltuk ekler. Sıra sayısı 1 arttığında, koltuk sayısı 3 artar.
Bütüne genişletme	Öğrenci, bütünün içerisinde yer alan parçaların katlarını kullanarak daha büyük bir parça oluşturur. Bunu yaparken meydana gelen çakışmaların (fazla ya da az sayımın) farkına vararak ekleme ya da çıkarma yapabilir. Örnek: 5. sırada 19 koltuk bulunur, 10.sırada ise (19x2)-4 koltuk bulunur.
Gruplama	Öğrenci istenen niteliğin bilinen değerlerine birimler ekleyerek yinelemeli bir desen oluşturur. Örnek: 3. sırada 13 koltuk, 10. sırada ise, her bir sıraya 3 koltuk eklendiği için 13+7(3) koltuk vardır.
Belirgin	Verilen durumdaki bilgiler (bağımlı-bağımsız değişkenler) kullanılarak açık bir kural oluşturulur. Örnek: Her sıraya bir öncekinden 3 fazla koltuk eklenmektedir, bu yüzden sıra sayısının 3 katı alınır ve ardından ilk sıra için 4 eklenir (M(n)=3n+4).

Katılımcıların örüntüleri genelleme stratejilerini belirlemek için çalışmada ele alınan çerçeve (Tablo 4) kapsamında içerik analizi yapılmış ve elde edilen bulgular yüzde ve frekans değerleri ile betimlenmiştir. İçerik analizi sonucunda ekstra çıkan kategoriler *hatalı* ve *boş* şeklindedir.

Katılımcıların soruların çözümünde hangi stratejiyi kullandıklarına karar verilirken; sorunun çözümünü hangi strateji ile tamamladığı göz önüne alınmıştır. Fakat aynı soruda çözümün başında kullandıkları diğer stratejilerde ayrıntılı bir şekilde belirtilmiştir. Verilerin analiz şekli; belirtilenlere örnek teşkil etmesi bakımından bir öğretmen adayının cevabı üzerinden açıklanmıştır. ÖA7'nin lineer örüntü sorusuna ait yapılan görüşmede verdiği yanıt şu şekildedir;



"İlk sırada 7, ikinci sırada 10, üçüncü sırada 13, dördüncü sırada ise 16 koltuk vardır. Koltuklardaki artış ilk defa ikinci sıradan itibaren başlamıştır. Bu yüzden n'den 1 çıkarmalıyım. 7 ilk sıradaki koltuk sayısı, 3 ise artış miktarıdır. Kuralım 7+3(n-1) şeklinde olmalıdır."

Yukarıda verilen çözümün analizi şu şekilde yapılmıştır;

"Öğretmen adayı öncelikle ardışık terimler arasındaki farka odaklanmıştır ve ilk artış miktarını tespit etmiştir. Burada yinelemeli stratejiyi kullanarak çözüme başlamıştır. İkinci sıradan itibaren adım sırası ve adım sırasına karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek örüntünün kuralını bulmuştur. Böylece öğretmen adayı, yinelemeli stratejiden belirgin stratejiye başarılı bir şekilde geçiş yapabilmiştir".

Yukarıdaki çözümün analizinde kullanılan strateji bulgular tablosuna yansıtılırken belirgin strateji kategorisi altında verilmiştir. Fakat betimlenirken, öğretmen adayının önce yinelemeli strateji ile başladığı ardından belirgin strateji kullandığı açıklanmıştır. Çünkü bazı adayların sadece terimler arası ilişkiyi gördükleri fakat genel kuralı yazamadıkları ya da genel kuralı yinelemeli olarak sözel ifade ettikleri görülmüştür. Bu tür yanıtlar da yinelemeli strateji kategorisi altında yer almıştır".

Katılımcıların lineer ve lineer olmayan örüntüler arasındaki performanslarını karşılaştırabilmek için yakın terimleri bulma, orta ve uzak terimlere devam ettirebilme becerileri incelenmiştir. Lineer ve kuadratik örüntü soruları için yakın terimler a ve b maddelerinde, orta terimler c, uzak terimler d, genel kurallar ise e maddesinde sorulurken; üslü örüntü probleminde, yakın terim a, orta terim b, uzak terim c ve genel kural ise d maddesinde sorulmuştur. Katılımcıların her bir alt maddeye verdikleri doğru yanıtlar 1 puan, yanlış yanıtlar 0 puan sayılmıştır. Bulgularda; yakın, orta ve uzak terimleri doğru bulma durumları sıklık tablosu ile gösterilmiştir. Doğru yanıtlar: işlem ve genel kuralı yazma bakımından tüm aritmetik ve cebirsel işlemlerin doğru yapılıp, açıklandığı; genel kuralın sözel olarak yazıldığı durumlarda ise terimler arası ilişkiyi doğru veren ifadeleri içerir. Bunların haricindeki diğer yanıtlar hatalı sayılmıştır.

Araştırmanın geçerliği ve güvenirliği

İç geçerliliği sağlamak için uzman görüşüne başvurulmuştur. Uzman görüşleri doğrultusunda veri toplama aracında sorulacak soruların alan yazından seçilmesi uygun görülmüştür. Veri toplama aracının oluşturulmasında sınıf öğretmeni adaylarının genelleme stratejilerini inceleyen çalışmalardaki (Alajmi, 2016; English ve Warren, 1998; Hallagan ve diğerleri, 2009; Magiera ve diğerleri, 2013; Rivera ve Becker, 2003) sorulardan yararlanılmıştır. Uzman; veri toplama aracına alan yazından seçilecek soruların belirlenmesi; soruların Türkçe'ye çevrildiğinde oluşabilecek ifade bozukluğunun giderilmesi, soruların amaçları ile uyumu ve veri analizde ele alınacak stareji çerçevesinin son halini alması konularında görüşlerini belirtmiştir. Veriler ele alınan strateji çerçevesi kapsamında iki araştırmacı tarafından bağımsız bir şekilde kodlanmıştır. Daha sonra güvenirlik çalışması yapılarak, fikir birliği ve fikir ayrılığı hesaplanmıştır. Miles ve Huberman'a (1994) ait güvenirlik formülü (Güvenirlik=(Görüş birliği)/(Görüş birliği+Görüş ayrılığı)×100) kullanılarak, araştırmanın güvenirliği %89,2 bulunmuştur. İçsel tutarlılığı veren güvenirlik denetimine göre, kodlayıcılar arasındaki görüş birliğinin en az %80 olması beklenmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Çalışmada elde edilen güvenirlik katsayısı bu değerin üstünde olduğu için yeterli görülmüştür.

Aktarılabilirliği sağlamak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Tutarlılığı sağlamak için betimsel bir yolla veriler sunulmuş, verilerin teyit edilebilmesi için verilerin analizinde iki farklı uzmanın görüşleri dikkate alınmış ve veri analizi önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre yapılmıştır. Veri analizinde ve sonuçların betimlenmesinde uzmanlar katılımcıların soru çözümlerinin hangi strateji ile tamamladığı ve çözümün başında kullandıkları diğer stratejilerin de ayrıntılı bir şekilde betimlenmesi konusunda fikir birliği yapmıştır. Teyit edilebilirliği artırmak için verilerin elde edildiği öğrenciler tanımlanmış ve adayların yanıtları öğretmen adaylarına verilen kodlar (örn: ÖA1) ile birlikte betimlenmiş ve verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçeve (Tablo 4) detaylı olarak tanımlanmış ve örnek soru ile her bir strateji açıklanmıştır.

Bulgular

Bu bölümde, öğretmen adaylarının lineer, kuadratik ve üslü örüntü problemlerine ait genelleme stratejileri ve bu 3 farklı örüntü türünde öğretmen adaylarının gösterdikleri performansların karşılaştırılması sunulacaktır.

Lineer Örüntüyü Genellemede Kullanılan Stratejiler

Lineer örüntü problemi diğer örüntü problemleri arasında en fazla doğru cevaplanan soru olsa da katılımcıların yine de genel kuralı yazmada zorlandıkları görülmüştür. Tiyatro koltuğu problemini on altı öğretmen adayı (%40) doğru çözerek, (3(n-1)+7) kuralını yazabilmiştir. Katılımcıların %15'i lineer problemin çözümünde aritmetik hatalar yapmış veya genel kuralı yanlış yazıp, açıklamışlardır. %7,5 i ise soruyu tamamen boş bırakmıştır.

Öğretmen adaylarının lineer örüntü probleminde kullanmış oldukları genelleme stratejileri Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

Öğretmen Adaylarının Lineer Örüntüyü Genelleme Stratejileri

Kullanılan stratejiler	f	%
Belirgin	16	40
Yinelemeli	8	20
Sayma	5	12,5
Gruplama	0	0
Bütüne genişletme	0	0
Hatalı	8	20
Boş	3	7,5
Toplam	40	100

Katılımcıların %40'ı lineer örüntüyü genellemede sıkıntı yaşamamış ve genel kuralı yazabilmiştir. Belirgin strateji kullanarak genel kuralı yazabilen katılımcıların sorunun ilk çözüm aşamasına yinelemeli strateji (f=15) ve sayma stratejisi (f=1) ile başladıkları görülmektedir. Örneğin, sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlayan katılımcılardan ÖA4; öncelikle terimler arasındaki farkın 3 olduğunun farkına varmış ve ilk sıra için 7, ikinci için 7+3, üçüncü için, 7+6, dördüncü için 7+9 ve diğer terimler içinde bu ilişkiyi devam ettirerek terimler arasındaki ilişkileri bulmaya başlamış ve ardından bulduğu kuralı 7+3(x-1) şeklinde genellemiştir. Genel kuralı katılımcıların bazıları 7+3(x-1) şeklinde ifade ederken (f=7), bazıları da her sıradaki 4 koltuğu sabit tutup geriye kalan koltuk sayılarını her bir sıra için 3'ün katı ile ilişkilendirmiş ve genel kuralı 3n+4 şeklinde ifade etmiştir (f=9). Belirgin stratejiyi kullanan öğretmen adaylarından yalnızca biri (ÖA1) koltuk sayılarını çizerek saymış ve sayma stratejisi kullanarak yakın terimleri bulmuş, ardından sıra ile koltuk sayısı arasındaki ilişkiyi veren (sıra sayısı-1)3+7 genel kuralını yazabilmiştir.

Katılımcıların çoğu problem çözümüne yinelemeli strateji ile başlamışlardır. Fakat %20'si, sadece yakın terimleri yinelemeli stratejisi ile bulup, genel kuralı sembolik olarak ifade edememiş (f=5) veya genel kuralı yinelemeli bir şekilde sözel olarak ifade etmiştir (f=3). Katılımcılardan genel kuralı yinelemeli olarak sözel olarak yazabilenler "*her bir sıradaki koltuk sayısı 3 artıyor*" ya da "*bir önceki sıra sayısı+3*"şeklinde kuralı genellemiştir.

Sayma stratejisini katılımcıların %12,5'i kullanmıştır (f=5). Bu stratejiyi kullanan katılımcılar sadece yakın terimleri bulmak için her bir sıradaki koltuk sayılarını kare şeklinde çizip saymış fakat terimler arası ilişkileri göremeyip, genel kuralı sembolik olarak ifade edememişlerdir. Katılımcıların sayma stratejisini özelikle yakın terimleri bulmak için kullandıkları görülmüştür.

Soruların çözümünde %20 oranında hatalı çözümler yapılmıştır. (f=8) Bu hatalı çözümlerin bazıları aritmetik (f=3) bazıları ise genel kuralın yanlış ifade edilip, açıklamasından (f=5) kaynaklanmaktadır. Örneğin; ÖA37, terimler arası ilişkileri bulmada aritmetik hatalar yapmış, 4. sıradaki koltuk sayısını 17 olarak hesapladığı ve her sıra için üstüne 3 eklediği için diğer terimleri de yanlış bulmuştur. Dolayısıyla terimler ve sıra sayısı arasında anlamlı bir ilişki bulamamıştır. ÖA19 ise genel kuralı için kullandığı değişkeni yanlış ifade etmiştir. Katılımcının yanlış yorumladığı yanıtı şu şekildedir; " *Her sırada bir öncekinden 3 fazla koltuk olduğuna göre ve ilk sırada 7 koltuk olduğu bilindiğine göre n+7 şeklinde kural geliştirilebilir. 1. sırada n+7 koltuk vardır ne n fazla olan 3 koltuğu ifade eder*". Bazı katılımcılar ise genel kuralı değişkene bağlı olarak yanlış ifade etmiştir. ÖA22, genel kuralı 7+3n şeklinde yazmış ve sorunun alt maddelerini bu ifadeye göre hesaplamıştır. Bir diğer hatalı kural yazan ÖA29 ise genel kuralı 7n+3 şeklinde ifade etmiştir.

Katılımcıların hiçbiri gruplama ve bütüne genişletme stratejilerini kullanmamış, %7,5'i soru hakkında yorum yapamayıp, soruyu boş bırakmıştır (f=3).

Lineer Örüntü Probleminin Yakın-Orta ve Uzak Terimlerini Bulma Stratejileri:

Katılımcıların, yakın terimleri bulma, orta ve uzak terimlere devam ettirme oranları lineer örüntü sorusu için Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Öğretmen Adaylarının Lineer Örüntü Sorusuna Ait Yakın, Orta ve Uzak Terimleri Bulma Stratejileri

Tiyatro Koltuğu	Yakın (f)		Orta(f)		Uzak(f)	
Stratejiler	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Yinelemeli	28	3	3	2	3	-
Sayma	5	-	3	-	-	-
Belirgin/Kural	-	-	16	4	15	5
Gruplama	-	-	-	-	-	-

Bütüne genişletme	-	-	-	-	-	-

Soruları cevaplayan katılımcılar, lineer örüntü sorusunda özellikle yakın terimleri bulmada en çok yinelemeli ilişkiyi (f=28) kullanmışlardır. Orta (f=16) ve uzak terimler (f=15) için belirgin stratejiyi kullanarak terimleri çoğunlukla kuraldan bulmayı tercih etmişlerdir. Sayma stratejisini çoğunlukla yakın terimleri (f=5), nadiren de orta terimleri (f=3) bulmak için kullanmışlardır. Yakın terimleri, orta ve uzak terimlere göre daha kolay buldukları görülmektedir. Katılımcılar en fazla hatayı orta uzaklıktaki terimleri bulmada yapmışlardır (f=6).

Kuadratik Örüntüyü Genellemede Kullanılan Stratejiler

Kuadratik örüntü problemi lineer örüntü problemine göre katılımcıları biraz daha zorlamıştır. “Berkay’ın Parası” sorusunu katılımcıların %5’i genel kuralı doğru ifade edip, açıklayabilmiştir. Katılımcıların %32,5’i kuadratik örüntü probleminin çözümünde aritmetiksel, mantıksal ve genel kuralı yazmada hatalar yapmış, %7,5’i ise soruyu tamamen boş bırakmıştır.

Öğretmen adaylarının kuadratik örüntü probleminde kullandıkları genelleme stratejileri Tablo 7’de verilmiştir.

Tablo 7
Öğretmen Adaylarının Kuadratik Örüntü Problemini Genelleme Stratejileri

Kullanılan stratejiler	**f**	**%**
Yinelemeli	13	32,5
Gruplama	9	22,5
Belirgin	2	5
Sayma	0	0
Bütüne genişletme	0	0
Hatalı	13	32,5
Boş	3	7,5
Toplam	40	100

Katılımcılar kuadratik örüntü probleminin genel kuralını yazmada ciddi sıkıntılar yaşamışlardır. Katılımcıların %5’i (f=2) genel kuralı doğru ifade edebilmiştir (ÖA13, ÖA25). Belirgin strateji kullananların sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başladıkları ve n(n+1)/2 kuralını geliştirdikleri görülmüştür. Kuralı yazabilen ÖA13; ilk dört terim için 1+2+3+4=10 işlemini yaparak 4. gün sonundaki parayı ve aynı şekilde 8. gün sonundaki parayı hesaplamış, n(n+1)/2 kuralını yazmıştır.

Katılımcıların %32,5’i sorunun çözümünde yalnızca yinelemeli stratejiyi kullanmıştır (f=13). Yinelemeli stratejiyi kullananlardan bazıları sadece yakın terimleri bulup, genel kuralı sembolik olarak ifade edememiş (f=10), bazıları da genel kuralı yinelemeli olarak sözel ifade etmiştir (f=3). Yalnızca terimleri bulup genel kuralı sembolik ifade edemeyen katılımcıların özellikle yakın ve orta uzaklıktaki terimleri yinelemeli olarak buldukları, uzak terimlerin sorulduğu maddeleri genelde boş bıraktıkları, genel kuralın sorulduğu maddeyi ise hiç cevaplamadıkları görülmüştür. Örneğin ÖA2, 4.,8. ve 15. günün sonundaki parayı bulmak için istenilen gün miktarı kadar sayıyı toplayarak (ör: 8.günün sonundaki para için 1+2+3+4+5+6+7+8 =36 işlemi) sonucu elde etmiştir. Bazı katılımcılar ise (f=3) yakın, orta ve uzak terimleri de bularak genel kuralı yinelemeli bir şekilde yazmıştır. Örneğin ÖA4; 1+2+3+4+5 örneği üzerinde terimleri ikili gruplara ayırmış ve terimler arası ilişkilerden faydalanarak yinelemeli bir kural geliştirmiştir. Katılımcının ifadesi ve örneği aşağıdaki gibidir;

“Örneğin $\boxed{1 + 2} + 3 + \boxed{4 + 5}$

1+5=6
6×2=12
12+3=15

Çift sayıda terim olursa;, ikili olarak bölersek baştaki terim ile sondaki terim toplamı, ikinci terim ve sondan ikinci terim toplamına eşit olur. Yani bir baştan bir sondan toplanan terimler toplamı eşittir. Kaç tane ikili varsa eşit çıkan sayı ile çarpılır sonuç bulunur. Tekli terim olursa; önce ikililere ayırırız, dana sonra ortanca terim ayrılır ve ikili sayısı, eşit çıkan sayı çarpılır ve ortanca terim eklenir”

Şekil 1. ÖA4’ün Sözel Yinelemeli Stratejisi

Katılımcıların %22,5’i sorunun çözümünde gruplama stratejisini kullanmışlardır (f=9). Gruplama stratejisini bazı katılımcılar orta ve uzak terimleri bulmak için kullanırken (f=7) bazıları ise genel kuralı ifade etmede kullanmışlardır (f=2). Orta ve uzak terimleri gruplama stratejisi ile bulan katılımcıların yakın terimleri yinelemeli strateji ile bulup, gruplama stratejisi ile devam ettikleri görülmüştür. Örneğin ÖA9; 8. günün sonundaki parayı bulmak için 1+2+3+4+5+6+7+8=36, 10. günün sonundaki parayı bulmak için, 36+9+10=55, 15. günün sonundaki parayı bulmak için ise 10 günlük paranın üzerine ekleme yaparak 55+11+12+13+14+15=120 sonucu bulmuştur. Fakat katılımcı, n. terimi veren genel kuralı boş bırakmıştır. Genel kuralı gruplama stratejisini kullanarak yazabilen katılımcılar, kuralı sembolik değil de sözel ifade ederek “*önceki günlerdeki paraların toplamı+o gün aldığı para*” şeklinde ifade etmişlerdir.

Soruları hatalı cevaplayan katılımcıların oranı %32,5’tur (f=13). Öğretmen adaylarının yaptıkları hatalar; aritmetik (f=7), mantıksal hatalar (f=1) ve genel kuralı yanlış ifade edip, açıklamadır (f=5). Aritmetik hata yapan katılımcılar (f=7), sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlamış fakat terimleri bulmak için yaptıkları işlemlerde aritmetiksel hatalar yapmışlardır. Örneğin ÖA23; 15. günün sonundaki parayı bulmak için 55+11+12+13+14+15=110 yaptığı işleminde, toplamı yanlış bulmuştur. Bazı katılımcılar da sorunun genel kuralını yanlış yazmıştır (f=5). Genel kuralı yanlış yazan katılımcılardan Ö26, genel kuralı “n(n-1)”, ÖA34; “n(n-1)/2”, ve ÖA40 ise; “(2n-1)”şeklinde ifade etmiştir.

Mantıksal hata yapan ÖA1; sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlayıp, gruplama stratejisi ile devam etmiştir. Fakat hem yinelemeli hem de gruplama stratejisinde mantıksal hatalar yapmıştır. Katılımcının maddelere verdiği yanıtlar şu şekildedir.

1.gün→1
2.gün→1+2
3.gün→1+2+3
4.gün→1+2+3+4
5.gün→20+5

4. günün sonundaki toplam para=1+1+2+1+2+3+1+2+3+4=20

5.gün→20+5
6.gün→25+6
7.gün→31+7
8.gün→38+8

8. günün sonundaki toplam para=20+5+25+6+31+7+38+8=140

Şekil 2. ÖA1’in Hatalı Gruplama Stratejisi

Katılımcıların hiçbiri sayma ve bütüne genişletme stratejilerini kullanmamış, %7,5’i soru hakkında yorum yapamamıştır (f=3).

Kuadratik Örüntü Probleminin Yakın-Orta ve Uzak Terimlerini Bulma Stratejileri:

Katılımcıların, yakın terimleri bulma, orta ve uzak terimlere devam ettirme oranları kuadratik örüntü sorusu için Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 8
Öğretmen Adaylarının Kuadratik Örüntü Sorusuna Ait Yakın, Orta ve Uzak Terimlerini Bulma Stratejileri

Berkay’ın Parası	Yakın (f)		Orta(f)		Uzak(f)	
Stratejiler	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Yinelemeli	34	4	17	4	8	6
Sayma	-	-	-	-	-	-
Belirgin/Kural	-	-	2	1	2	2
Gruplama	-	-	7	1	5	3
Bütüne genişletme	-	-	-	-	-	-

Soruları cevaplayan katılımcılar, kuadratik örüntü sorusunda yakın (f=34), orta (f=17) ve uzak terimleri (f=8) bulmak için çoğunlukla yinelemeli stratejiyi kullanmışlardır. Orta (f=7) ve uzak terimleri (f=5) bulmak için ağırlıklı olarak kullanılan bir diğer strateji ise, gruplama stratejisidir. Katılımcıların bu soruda genel kuralı sembolik olarak yazmada büyük ölçüde zorlandıkları görülmektedir. Yalnızca iki katılımcı genel kuralı sembolik olarak yazabilmiş, orta ve uzak terimleri de genel kural üzerinden bulmuşlardır. Katılımcılar en fazla hatayı uzak terimleri bulmada yapmışlardır.

Üslü Örüntüyü Genellemede Kullanılan Stratejiler

Üslü örüntü problemi en fazla hata yapılan sorudur. Katılımcıların her ne kadar %15'i soruyu doğru cevaplayıp, genel kuralı yazabilse de, %42,5'i sorunun çözümünde ciddi hatalar yapmıştır. Katılımcıların %35'i sorunun çözümü ile ilgili fikir yürütemeyip, soruyu boş bırakmıştır.

Öğretmen adaylarının üslü örüntü probleminde kullandıkları genelleme stratejileri Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9
Öğretmen Adaylarının Üslü Örüntü Problemini Genelleme Stratejileri

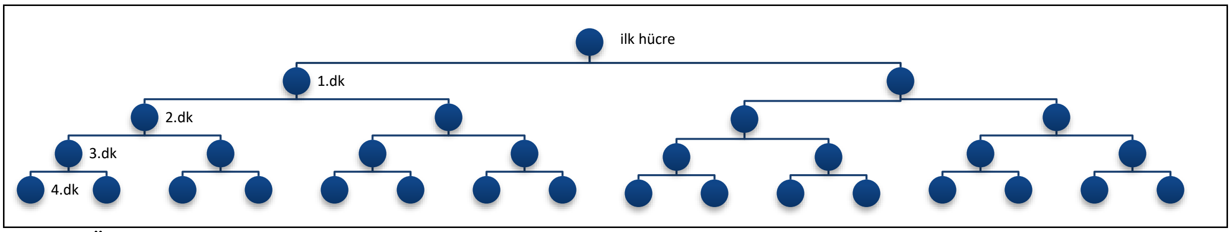
Kullanılan stratejiler	f	%
Belirgin	6	15
Yinelemeli	3	7,5
Gruplama	0	0
Sayma	0	0
Bütüne Genişletme	0	0
Hatalı	17	42,5
Boş	14	35
Toplam	40	100

Katılımcıların %15'i, üslü örüntü probleminde belirgin strateji kullanmışlardır (f=6). Genel kuralı yazabilen katılımcıların bazıları yinelemeli stratejiyi (f=4) bazıları ise sayma stratejisini (f=2) kullanarak sorunun çözümüne başlamışlar ve ardından terimler arası üslü ilişkinin farkına vararak 2^n kuralını yazmışlardır. Genel kuralı yazabilen diğer katılımcılar ise sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlamıştır (f=4). Sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlayan katılımcılardan ÖA28; her dakikadaki terimlerin 2 katına çıktığının farkına varmıştır. İfadesinde "*ilk dakikada 2 hücre var, ikinci dakikada 2×2 hücre, üçüncü dakikada 2×2×2 hücre vardır*" diyerek diğer terimlere devam ettirmiş ve 2^n kuralını bulmuştur. Öğretmen adayının dakika ve hücre sayısı arasındaki yinelemeli ilişkiyi gösterdiği tablo gösterimi aşağıda verilmiştir.

Dakika	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	...
Hücre sayısı	*2*	*4*	*8*	*16*	*32*	...

Şekil 3. ÖA28'in üslü örüntü problemine ait tablo gösterimi

Sayma stratejisini kullanan katılımcılar her dakika için hücre sayısını gösteren diyagram çizmiş, ardından terimler arasındaki ilişkiyi fark ederek 2^n genel kuralını yazmıştır (f=2). ÖA18'in çizmiş olduğu diyagram Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 4. ÖA18'in Sayma Stratejisine Ait Hücre Şeması

Katılımcıların %7,5'i, dakika ile hücre sayısı arasındaki ilişkinin farkına vararak yakın terimleri bulup, genel kuralı da yinelemeli bir şekilde açıklamıştır (f=3). ÖA7; hücre sayılarının dakikada iki katına çıktığını fark etmiş, fakat 50. dakikadaki hücre sayısını üslü ifade şeklinde yazamamış, genel kuralı da yinelemeli olarak sözel ifade etmiştir. Öğretmen adayı ifadesinde; "*ilk dakikada oluşan hücre sayısına 2 dersek bir sonraki dakikada önceki dakikadaki hücre sayısının 2 katı kadar hücre olur*" demiştir. Benzer şekilde, ÖA19, "*1 hücre dakikada 2'ye bölünerek çoğalır, yani her dakikada bir öncekinin iki katı kadar hücre vardır*" şeklinde sözel ifade ederek, 6. dakikaya kadar oluşan hücre sayılarını bulmuş, 50. dakikadaki hücre sayısını üslü ifade edememiştir. Yinelemeli stratejiyi kullanan katılımcıların, yakın terimler için hesaplama yapmaları fakat uzak terimler için üslü ifade kullanamamaları (ör: 2^{50}) ise dikkat çekici bir diğer problemdir.

Katılımcıların %42'sinin yanıtları hatalıdır (f=17). Hataları genellikle yanlış kural yazmalarından (f=16) ve mantıksal hatalar yapmalarından kaynaklanmaktadır (f=1). Hatalı kurallardan bazıları şu şekildedir; $2n$ (f=9), n^2 (f=3), $4n$ (f=1), $8n$ (f=1), $2n^2-1$ (f=1), $n(n+1)$ (f=1). En sık tekrarlanan hatalı kural ise 2n'dir (f=9). Örneğin; ÖA22, genel kuralını 2n şeklinde ifade etmiş ve "*dakikada 2'ye bölündüğü için diğer dakikalarda da 2 katı olarak bölünür, birinci* *dakikada 2, dördüncü dakikada 8, altıncı dakikada 12 ve ellinci dakikada 100 hücre bulunur. Bu nedenle genel kural 2n'dir*" şeklinde açıklamıştır. Diğer sık tekrarlanan hatalı kural ise n^2' dir (f=3). ÖA39, hücrelerin zamanla arttığını fark ederek, kuadratik bir ilişki tahmin etmiş ve kuralını n^2 şeklinde genellemiş, soru maddelerini de bu kurala göre çözmüştür. Genel kuralı yanlış yazanların haricinde, hatalı sayılan cevaplardan biri ÖA9'a aittir. Katılımcı sorunun çözümünde mantıksal hata yapmıştır. ÖA9, hücre sayılarını bulmak için şekil çizmiş fakat ilk dakikadaki hücre sayısını 1 kabul ettiği için, takip eden dakikalardaki hücre sayılarını da yanlış bulmuştur. Ayrıca herhangi bir dakikadaki hücre sayısını bulmak için izlediği yolun hatalı olduğu (herhangi bir dakikadaki hücre sayısını bulmak o dakikadaki ve daha önceki dakikalardaki oluşan hücre sayılarını topladığı) görülmüştür. Örneğin; 4. dakikadaki hücre sayısını bulmak için ÖA9'un verdiği yanıt aşağıdaki gibidir;

1. *dakika*	→	1 *hücre*
2. *dakika*	→	2 *hücre*
3. *dakika*	→	4 *hücre*
4. *dakika*	→	8 *hücre*
4 dakika sonra oluşan hücre sayısı	→	1+2+4+8=15

Şekil 5. ÖA9'ün hatalı yanıtı

Üslü örüntü probleminin çözümünde gruplama ve bütüne genişletme stratejileri kullanılmamıştır. Katılımcıların %35'i üslü örüntü problemi hakkında fikir yürütemeyip, soruyu boş bırakmıştır (f=14).

Üslü Örüntü Probleminin Yakın-Orta ve Uzak Terimlerini Bulma Stratejileri:

Katılımcıların, yakın terimleri bulma, orta ve uzak terimlere devam ettirme oranları üslü örüntü sorusu için Tablo 10'da verilmiştir.

Tablo 10

Öğretmen Adaylarının Üslü Örüntü Sorusuna Ait Yakın, Orta ve Uzak Terimleri Bulma Stratejileri

Hücre Bölünmesi	Yakın (f)		Orta(f)		Uzak(f)	
Stratejiler	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Yinelemeli	7	15	7	6	-	-
Sayma	2	-	-	-	-	-
Belirgin/Kural	-	-	2	8	6	16
Gruplama	-	-	-	-	-	-
Bütüne genişletme	-	-	-	-	-	-

Soruları cevaplayan katılımcılar üslü örüntü sorusunda yakın (f=7) ve orta (f=7) terimleri bulmak için genellikle yinelemeli stratejiyi kullanırlarken, uzak terimi (f=6) ise kural üzerinden bulmuşlardır. Sayma stratejisini yalnızca yakın terimleri (f=2) bulmak için kullanılmışlardır. Bu soru, diğer sorular içinde en fazla hata yapılan sorudur. Katılımcıların orta ve uzak terimleri bulmada yaptıkları hataların yanı sıra yakın terimleri bulmada da hata yapmaları dikkat çekicidir.

Öğretmen adaylarına sorulan tüm örüntü problemlerinde adayların kullandıkları stratejileri karşılaştırmalı şekilde özetleyen tablo Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11

Öğretmen Adaylarının Örüntü Türlerinde Kullandıkları Stratejilerin Karşılaştırılması

Sorular	Tiyatro Koltuğu (lineer)		Berkay'ın Parası (kuadratik)		Hücre Bölünmesi (üslü)	
	f	%	f	%	f	%
Yinelemeli	8	20	13	32,5	3	7,5
Gruplama	0	0	9	22,5	0	0
Bütüne Genişletme	0	0	0	0	0	0
Belirgin	16	40	2	5	6	15
Sayma	5	12,5	0	0	0	0
Hatalı ve Boş	11	27,5	16	40	31	77,5

Tablo 11'e bakıldığında lineer örüntü probleminde belirgin stratejinin lineer olmayan örüntü problemlerine göre daha çok kullanıldığı görülmektedir. Bu durum; katılımcıların genel kuralı lineer olarak kuadratik ve üslü ifadeye göre daha kolay yazabildiklerini göstermektedir. Öğretmen adayları beliğin strateji kullanarak genel kuralı yazmada en fazla kuadratik örüntüde zorlanmaktadır. Yinelemeli stratejiyi kuadratik örüntüde daha fazla kullanmalarının sebebinin;

kuadratik örüntünün genel kuralını yazmakta zorlanmaları olduğu düşünülmektedir. Katılımcıların akıl yürütmelerinde ve aritmetik işlemlerinde en fazla hata yaptığı soru türü ise üslü örüntü problemidir. Bu soruda katılımcıların doğru akıl yürütme yapsalar bile üslü ifade yazmada sıkıntı yaşamaları ise bir diğer problemdir. Katılımcıların bütüne genişletme stratejisini hiçbir soruda kullanmamaları ise dikkat çekicidir. Gruplama stratejisini ise yalnızca kuadratik örüntü sorusunda kullanmışladır.

Tablo 12
Öğretmen Adaylarının Tüm Örüntü Sorularının Terimlerini ve Kuralını Doğru Bulma Oranlarının Karşılaştırması

	Yakın		Orta		Uzak		Kural	
Sorular	f	%	f	%	f	%	f	%
Tiyatro Koltuğu (Lineer)	33	85	22	55	18	45	16	40
Berkay'ın Parası (Kuadratik)	34	85	25	62,5	15	37,5	2	5
Hücre Bölünmesi (Üslü)	9	22,5	9	22,5	6	15	6	15

Katılımcıların yarısından fazlası lineer ve kuadratik örüntü sorusunda yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada sıkıntı yaşamazken örüntüleri uzak terimlere devam ettirmede problem yaşamaktadırlar. Genel kuralını yazmakta en çok zorlandıkları soru kuadratik örüntü sorusu olmuştur. Üslü örüntü probleminin yakın terimlerini dahi bulmada zorlanmaları ise öğretmen adaylarının üslü ifade yazmada ve akıl yürütmelerinde problem yaşamaları ile ilişkilendirilmektedir.

Tartışma ve Sonuçlar

İlgili alan yazın incelendiğinde, sınıf öğretmeni adaylarının cebirsel genelleme süreçlerini inceleyen çalışmaların (Barbosa ve Vale, 2015; Hallagan ve diğerleri, 2009; Tanisli ve Köse, 2011;2013; Zazkis ve Liljedahk, 2002) sınırlı sayıda olduğu görülmektedir. Bu çalışmalardan bazıları (Tanışlı, 2011; Tanisli ve Köse, 2011; Zazkis ve Liljedahk, 2002) sınıf öğretmeni adaylarının lineer örüntüleri genelleme süreçlerini incelerken, bazıları ise (Barbosa ve Vale, 2015; Hallagan ve diğerleri, 2009) lineer olmayan örüntülerden yalnızca kuadratik örüntülerin genelleme süreçlerini incelemektedir. Ayrıca bu çalışmalardaki örüntü problemleri genellikle şekil temsilinde sorulmuştur. Alan yazında özelde sınıf öğretmeni adaylarının lineer ve lineer olmayan örüntüleri genelleme süreçlerinin incelendiği çalışmaların kısıtlı olması sebebiyle bu çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının lineer, kuadratik ve üslü örüntü problemlerini genelleme, yakın, orta ve uzak terimleri bulma stratejilerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının genelleme stratejilerini incelemenin var olan durumu ortaya koyması bakımından önemi büyüktür. Çünkü ilkokul seviyesinde erken cebirsel düşünmeyi öğrencilerine kazandıracak olan sınıf öğretmenleridir. Cebirsel düşünme genellemeler yolu ile de kazandırılır (Kieran, 1989). Bu nedenle ilkokul öğrencilerine cebirsel düşünme becerilerini kazandırmaya yönelik destekleyici öğrenme ortamları yaratılmalıdır. Fakat sınıf öğretmenlerinin ilkokulda yapılacak olan örüntü konusu ile ilgili gerekli bilgiye sahip olmadıkları, genelleme yapmakta zorlandıkları, öğrencilerinin cebirsel genelleme süreçlerine yeterince destek olamadıkları ve öğrencilerine yeterli geri dönüt veremedikleri görülmektedir (Demonty, Vlassis ve Fagnant, 2018). Bu nedenle bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının lisans eğitimde alacakları matematik alan dersinin cebirsel öğrenme alanına ait kazanımları ve aynı zamanda pedagojik yeterlilikleri ileride yapacakları öğretimin temelini oluşturacaktır. Öğretmen adaylarının genelleme süreçlerini tespit etmek, var olan problemlerini belirlemek ve bu konuların öğretimini tasarlamak adına önemlidir.

İlkokul ve ortaokul öğrencileri hem de öğretmen adayları genelleme yaparken yinelemeli, belirgin ve gruplama gibi çeşitli stratejiler kullanmaktadır (Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2005; Stacey, 1989; Townsend, 2005). Ancak öğretmen adaylarını ilkokul ve ortaokul öğrencilerinden ayıran fark, öğretmen adaylarının belirgin stratejiyi daha fazla kullanmalarıdır (Yesildere ve Akkoç, 2010).

Bu çalışmada yer alan lineer örüntü sorusunda öğretmen adayları belirgin stratejiyi daha fazla kullanmışlardır. Bu sonuç, Barbosa ve Vale'in (2015) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmasına benzerlik göstermektedir. Kullanılan stratejiler örüntülerin türlerine göre, sorunun yapısına, temsiline ve öğrenenlerin ön bilgilerine göre farklılık gösterebilir (Lannin, 2005). Bu soruda belirgin stratejinin daha fazla kullanılmasının sebebi; sorunun şekil temsili ile sunulması, öğretmen adaylarının şekil üzerinden rahatlıkla koltuk sayılarını sayabilmesi ve sıra sayısı ile koltuk sayısı arasındaki ilişkiyi daha net görebilmeleri olabilir.

Kuadratik örüntü sorusu sınıf öğretmeni adaylarının en fazla zorlandıkları soru olmuştur. Bu soruda yalnızca iki öğretmen adayı belirgin stratejiyi kullanarak genel kuralı yazabilirken birçoğu yinelemeli stratejiyi kullanarak ya terimleri bulmuş ya da genel kuralı yinelemeli ifade etmiştir. Bu sonuç öğretmen adaylarının kuadratik örüntü problemlerinde yinelemeli stratejiyi daha çok kullanmayı tercih ettiklerini belirten çalışmalarla (Alajmi, 2016; Orton ve diğerleri, 1999; Yeşildere ve Akkoç, 2010) benzerlik göstermektedir. Hallagan ve diğerleri (2009) ise sınıf öğretmeni adaylarının kuadratik örüntü sorusunun genel kuralını yazmada lineer örüntüye göre daha zorlandıklarını, kuadratik soruda genel kuralı yazmaktan ziyade terimler arası ilişkileri sözel olarak açıkladıkları ya da örüntüyü numerik olarak genişlettiklerini belirtmiştir.

Üslü örüntü problemi, öğretmen adaylarının zorlandıkları bir diğer örüntü sorusu olmuştur. Fakat genel kuralı yazan öğretmen adayı sayısı kuadratik örüntüye göre daha fazla iken lineer örüntüye göre daha azdır. Ayrıca genel kural sembolik olarak en fazla bu soruda hatalı ifade edilmiştir. Bu sonuç, öğretmen adaylarının üslü örüntü probleminin genel kuralını yazmada zorlandıkları ve 2^n şeklinde ifade edilmesi gereken kuralın çoğunlukla 2n şeklinde ifade edildiği Alajmi'nin (2016) çalışmasıyla benzerlik göstermektedir. Öğretmen adaylarının, lisanstaki alan derslerinde üslü sayıları görmüş olmalarına rağmen, bu örüntü türü için hem terimler hem de genel kural için üslü ifade yazamamaları ise dikkat çekici olan bir diğer problemdir. Confrey ve Smith (1995) de benzer şekilde, öğrenenlerin üslü sayıları anlamada zorluk çektiklerini, kavramada sıkıntı yaşadıklarını ve bu konuda öğrendiklerini çabuk unuttuklarını belirtmiştir.

Öğretmen adayları da diğer öğrenciler gibi örüntüleri genellerken farklı stratejiler kullanmaktadır. Lannin ve diğerleri (2006) bu stratejilerin çoğunlukla yinelemeli, orantısal ve belirgin stratejiler olduğunu belirtmektedir. Küçük yaş grubundaki öğrenciler genelde yinelemeli stratejiyi kullanmayı tercih ederken (Özdemir ve diğerleri, 2015), öğretmen adayları belirgin stratejiyi daha çok kullanmaktadır (Richardson, Berenson ve Staley, 2009). Çalışmadaki her 3 soru türünde de öğretmen adaylarının ağırlıklı olarak yinelemeli ve belirgin stratejiyi kullandıkları, gruplama ve bütüne genişletme stratejilerini nadiren tercih ettikleri ya da hiç kullanmadıkları görülmüştür. Markworth de (2010) bütüne genişletme ve gruplama stratejilerinin nadiren kullanıldığını belirtmektedir.

Örüntü sorularının çözümünde genelde tek strateji kullanılmaz. Belirgin stratejiyi kullanan bir öğrenci sorunun çözümüne yinelemeli strateji ile başlayabilir. Aslında öğrencilerden beklenen de; yinelemeli strateji ile başlayan soru çözümünün; terimler arası ilişkilerin farkına varıldıktan sonra belirgin strateji ile devam ettirebilmeleri ve genel kuralı sembolik ifade edebilmeleridir (Ley,2005; Stacey, 1989). Bu çalışmada da, öğretmen adaylarının belirgin strateji kullandıkları sorularda, sorunun çözümüne ya sayma ya da yinelemeli strateji ile başladıkları ve ardından belirgin stratejiye başarılı geçiş yaptıkları görülmektedir.

Öğretmen adaylarının özellikle yakın terimleri bulmada zorluk yaşamadıkları, orta ve uzak terimleri bulmada zorluk yaşadıkları belirlenmiştir. Yakın terimler öğrenciler için daha erişilebilir ve kolayken, uzak terimleri bulmak zor olabilir (Becker ve Rivera, 2005; English ve Warren, 1998; Stacey; 1989). Yakın terimleri bulmak için küçük yaş gruplarının yinelemeli stratejiyi kullanmayı tercih ettiği (Özdemir ve diğerleri, 2015) gibi yetişkinlerin de yinelemeli stratejiyi tercih ettikleri görülmektedir (Orton ve diğerleri, 1999).

Öneriler

Örüntüler, ilişkileri tanımlama ve genelleme, cebirsel düşünmenin gelişiminde oldukça önemlidir. Örüntüleri genelleme yalnızca aritmetikten cebire geçişin değil, cebirsel düşünmenin de önemli göstergelerinden biridir. Bu nedenle örüntüler konusu ilkokuldan itibaren gösterilmekte ve ileride cebire ait değişken ve fonksiyon kavramlarının temelini oluşturmaktadır.

Alt sınıf seviyelerinden itibaren öğrencilerin sayı ve şekil örüntülerini genelleme ve farklı temsil türleri ile ifade etme becerilerini geliştirmeye yönelik verilecek öğretimin önemi de oldukça önemlidir. Bu öğretimi yapacak olan sınıf öğretmenlerinin eğitimine gerekli hassasiyet gösterilmelidir. Öğretmen adaylarının sayı ve şekil temsillerinde farklı örüntü tiplerini genelleme gerektiren problemlerle meşgul olmaları ve farklı çözüm stratejilerini kullanmaları sağlanmalıdır. Örneğin alan yazında öğrenenlerin gruplama ya da bütüne genişletme stratejilerini nadir kullandıkları görülmektedir. Bu sonuç mevcut çalışma ile de desteklenmektedir. Öğretmen adaylarının neden bu stratejileri kullanmayı tercih etmedikleri ya da kullanmalarını artırmaya yönelik teşvik edici unsurlar araştırılabilir.

Öğretmen adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerini geliştirmeye yönelik yapılan yenilikçi öğretim yaklaşımlarını barındıran etkinliklerin ya da bu yaklaşımla tasarlanmış materyallerin etkisinin incelendiği sınırlı sayıda öğretim deneyi çalışması vardır. Bu çalışmaların artırılmasının alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Kaynakça

Akkan, Y., ve Çakiroglu, Ü. (2012). Generalization Strategies of Linear and Quadratic Pattern Problems: The Comparison of 6th-8th Grade Students. *Egitim ve Bilim*, *37*(165), 104.

Alajmi, A. H. (2016). Algebraic generalization strategies used by Kuwaiti pre-service teachers. *International journal of science and mathematics education*, *14*(8), 1517-1534.

Barbosa, A., ve Vale, I. (2015). Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, *10*, 57-70.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., ve Tsai, Y. M. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American educational research journal*, *47*(1), 133-180.

Becker, J. R., ve Rivera, F. (2005). Generalization Strategies of Beginning High School Algebra Students. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 121-128.

Becker, J. R., ve Rivera, F. (2006). Sixth graders' figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra. *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education* içinde, 95-101.

Blanton, M. L.,ve Kaput, J. J. (2004). Elementary grade students' capacity for functional thinking. M. J. Høines ve A. B. Fuglestad (Ed), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde, (s. 135–142). Bergen, Norway: PME.

Blanton, M. L., ve Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. *Early algebraization* içinde (s. 5-23). Springer, Berlin, Heidelberg.

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Murphy Gardiner, A., Isler, I. ve Kim. J.S. (2015). The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, *46*(1), 39-87. doi:10.5951/jresematheduc.46.1.0039.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (24. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Campbell, P. F., Nishio, M., Smith, T. M., Clark, L. M., Conant, D. L., Rust, A. H., ve Choi, Y. (2014). The relationship between teachers' mathematical content and pedagogical knowledge, teachers' perceptions, and student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(4), 419-459.

Carraher, D. W.,ve Schliemann, A. D. (2015). Powerful ideas in elementary school mathematics. L. D. English & D. Kirshner (Ed), *Handbook of international research in mathematics education* içinde (3.baskı, s. 191–218). New York: Taylor & Francis.

Carraher, D. W., Martinez, M. V., ve Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM mathematics Education*, *40*(1), 3-22.

Confrey, J., ve Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for research in mathematics education*, *26*(1),66-86.

Darling-Hammond, L. (2000). Teacher quality and student achievement. *Education policy analysis archives*, *8*, 1. doi:http://dx.doi.org/10.14507/epaa.v8n1.2000.

Demonty, I., Vlassis, J., ve Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, *99*(1),1-19.

Doerr, H. M. (2004). Teachers' knowledge and the teaching of algebra. K. Stacey, H. Chick ve M. Kendal (Ed.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12thICMI Study* içinde (ss. 265-290). Springer, Dordrecht.

English, L. D., ve Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *Mathematics Teacher*, *91*(2), 166-70.

Girit, D., ve Akyüz, D. (2016). Farklı Sınıf Seviyelerindeki Ortaokul Öğrencilerinde Cebirsel Düşünme: Örüntülerde Genelleme Hakkındaki Algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *10*(2), 243-272.

Gökce, R., ve Yeşildere-İmre, S. (2017). Cebirsel Genelleme Yapmayı Destekleyen Etkinliklerin 7. Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Yapma Becerilerini Şekillendirmedeki Rolü. *Gaziantep University Journal of Social Sciences*, *16*(1), 194-215.

Grix, J. (2001). *Demystifying postgraduate research*. Birmingham: The Unversity of Birmingham Press.

Güner, P., Ersoy, E., ve Temiz, T. (2013). 7th And 8th Grade Students Generalization Strategies Of Patterns. *International journal of global education*, *2*(4),38-54.

Hallagan, J. E., Rule, A. C., ve Carlson, L. F. (2009). Elementary School Pre-Servıce Teachers'Understandıngs Of Algebraic Generalizations. *The Mathematics Enthusiast*, *6*(1), 201-206.

Healy, L., ve Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics: making connections with computers?. *Mathematical Thinking and learning*, *1*(1), 59-84.

Hill, H.C., Rowan, B., ve Ball, D. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., ve Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for research in mathematics education*, *38*(3),258-288.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. *Mathematics classrooms that promote understanding* içinde (s. 145-168). Routledge.

Kaput, J. J., Carraher, D. W., ve Blanton, M. L. (2017). *Algebra in the early grades*. Routledge.

Kaput, J. J. (2017). What is algebra? What is algebraic reasoning?. J.J. Kaput, D.W. Carraher ve M.L. Blanton (Ed). *Algebra in the early grades* içinde (ss. 27-40). Routledge.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Kieran C., Pang J., Schifter D., Ng S.F. (2016) Survey of the State of the Art. Early Algebra içinde. ICME-13 Topical Surveys. Springer, Cham

Kinach, B.M. (2014). Generalizing: The Core of Algebraic Thinking. *The Mathematics Teacher, 107*(6), 432-439. doi:10.5951/mathteacher.107.6.0432

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., ve Stephens, A. C. (2011). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence ve variable. J.Cai ve E. Knuth (Ed) *Early algebraization* içinde (s. 259-276), Heidelberg. Berlin: Springer.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and learning*, *7*(3), 231-258.

Lannin, J., Barker, D., ve Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies: Factors influencing student strategy selection. *Mathematics Education Research Journal, 18*(3), 3-28.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *Approaches to algebra* içinde (s. 87-106). Springer, Dordrecht.

Lee, L., ve Wheeler, D. (1989). The Arithmetic Connection. *Educational Studies in Mathematics, 20*(1), 41-54. Erişim adresi :http://www.jstor.org/stable/3482561.

Ley, A. F. (2005). *A cross-sectional investigation of elementary school students' ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). University of Toronto, Canada.

Magiera, M. T., Van den Kieboom, L. A., ve Moyer, J. C. (2013). An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics, 84*(1), 93-113.

Markworth, K. A. (2010). *Growing and growing: Promoting functional thinking with geometric growing patterns*. (Yayınlanmamış doktora tezi). University of North Carolina, Chapel Hill.

Marshall, C.,ve Rossman, G. B. (2014). *Designing qualitative research*. Sage publications.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. *Approaches to algebra* içinde (s. 65-86). Springer, Dordrecht.

Mason, J., Graham, A., ve Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing Thinking in Algebra*. London, England:Sage.

Miles, M. B., Huberman, A. M., Huberman, M. A., ve Huberman, M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. England: Sage.

Milli Eğitim Bakanlığı, (2018*). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4.5,6,7 ve 8. Sınıflar)*. Ankara. Erişim adresi: http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329.

Moss, J., Beatty, R., McNab, S. L., ve Eisenband, J. (2006). The potential of geometric sequences to foster young students' ability to generalize in mathematics. *The Annual Meeting of the American Educational Research Association*'da sunulan bildiri. San Francisco, CA.

Nathan, M. J., ve Kim, S. (2007). Pattern generalization with graphs and words: A cross-sectional and longitudinal analysis of middle school students' representational fluency. *Mathematical Thinking and Learning*, *9*(3), 193-219.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.

Olkun, S., ve Toluk-Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (6.baskı). Ankara: Eğiten Kitap.

Orton, J., Orton, A., ve Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. *Pattern in the teaching and learning of mathematics* içinde (s. 121-136). London, Newyork: Continuum.

Özdemir, E., Dikici, R., ve Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin Örüntüleri Genelleme Süreçleri: 7. Sınıf Örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 523-548.

Papic, M. M., Mulligan, J. T., ve Mitchelmore, M. C. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(3), 237-269.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational studies in mathematics*, *42*(3), 237-268.

Radford, L.(2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter* içinde (Cilt. 1, ss. 2-21).Colombus: The Ohio State University.

Richardson, K., Berenson, S., ve Staley, K. (2009). Prospective elementary teachers use of representation to reason algebraically. *The Journal of Mathematical Behavior*, *28*(2-3), 188-199.

Rivera, F., ve Becker, J. R. (2003). The Effects of Numerical and Figural Cues on the Induction Processes of Preservice Elementary Teachers. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4*, 63-70.

Rivera, F. D., ve Becker, J. R. (2005). Teacher to teacher: figural and numerical modes of generalizing in algebra. *Mathematics Teaching in the middle school, 11*(4), 198-203.

Rivera, F., Knott, L., ve Evitts, T. A. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: Understanding figural generalization. *The Mathematics Teacher*, *101*(1), 69-75.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*. *20*(2), 147-164.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory ve Practice*, 9(3), 1453-1497.

Tanışlı, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementary school students. *The Journal of Mathematical Behavior, 30*(3), 206-223.

Tanışlı, D., ve Köse, N. Y. (2011). Lineer şekil örüntülerine ilişkin genelleme stratejileri: Görsel ve sayısal ipuçlarının etkisi. *Eğitim ve Bilim*, *36*(160), 184-198.

Tanışlı, D., Köse, N.Y. (2013). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Genelleme Sürecindeki Bilişsel Yapıları: Bir Öğretim Deneyi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, *44*(44), 255-283.

Tanışlı, D., Köse, N. Y., ve Camci, F. (2017). Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntüler Bağlamında Genelleme ve Doğrulama Bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *5*(3), 195-222.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* içinde (s. 18-30). London: Cassell.

Townsend, B. E. (2005). *Examining secondary students algebraic reasoning: flexibility and strategy use* . Yayımlanmamış doktora tezi. University of Missouri, Columbia.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. A.F. Coxford (Ed.) *The ideas of algebra, K-12* içinde (s. 8,-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Warren, E., ve Cooper, T. J. (2008). Patterns that support early algebraic thinking in the elementary school.C. Greenes ve R. Rubenstein (Ed). *Algebra and algebraic thinking in school mathematics*: *Seventh Yearbok* içinde (s. 113-126). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Yaman, H., ve Umay, A. (2013). İlköğretim Öğrencilerinin Sunum Biçimlerine Göre Matematiksel Örüntüleri Algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*(1),405-416.

Yeşildere, S. (2011). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 141-153.

Yeşildere, S., ve Akkoç, H. (2010). Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 1142-1147.

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., ve Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerini Kullanarak Matematiksel Genelleme Yapma Becerileri1.*Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(1), 103-129.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Genişletilmiş Baskı) Ankara: Seçkin Yayınevi.

Zazkis, R., ve Liljedahk, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational studies in mathematics*, 49(3), 379-402.