BAŞKENT UNIVERSITY
JOURNAL OF EDUCATION

2020, 7(1), 1-19 ISSN 2148-3272

Modelleme Etkinliğinde Matematik Öğretmen Adaylarının Bireysel ve Grup Gelişiminin İncelenmesi

Investigation of Individual and Group Development of Prospective Mathematics Teachers in Modeling Activity

Şerife Sevinç[a]*, Zülal Melek[a]

[a]*Middle East Technical University, Ankara, Turkey*

Öz

Bu çalışma, gerçek yaşam bağlamında verilen "Kim 500 Milyar İster?" isimli modelleme etkinliğinde matematik öğretmen adaylarının geliştirdikleri grup modeli ile bireysel modelleri anlamayı hedeflemektedir. Bu amaç doğrultusunda, bir çalışma paneli ve kullanım yönergesinden oluşan bireysel ve grup modeli izleme sistemi geliştirilmiş ve bu izleme sistemi yardımıyla modelleme etkinliği süresince grup gelişimin yanı sıra bireysel gelişim de incelenmiştir. Nitel veri toplama ve analizi süreçlerini içeren ve çoklu durum çalışması olarak tasarlanan bu çalışmaya, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programına kayıtlı altı ve matematik eğitimi yüksek lisans programına kayıtlı üç olmak üzere toplam dokuz öğretmen adayı katılmıştır. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının grup modelinden farklı bireysel yaklaşımlar geliştirdiğini ve bu yaklaşımlardan matematiksel hesaplama (fonksiyon yazma, olasılık hesabı, ağaç diyagramı vb.) içeren, matematiksel kavramlar ve terimlerle açıklanan yaklaşımın grup modeli olarak geliştirilmek üzere seçildiğini göstermiştir. Ancak, birden çok bireysel modelin harmanlanmasıyla bağımsız ve yeni bir modelin geliştirilmesi durumu gözlenmemiştir. Ayrıca, geliştirilen izleme sisteminin, öğretmen adaylarına a) bireysel fikirlerini kayıt altına alma, b) fikirlerindeki değişimi takip edebilme ve c) grup modeline katılımlarını görünür kılma olanakları sağladığı gözlenmiştir. Bu bağlamda, bireysel ve grup modeli izleme sistemi modelleme etkinliğinde grup gelişiminin yanı sıra bireysel gelişmelerin de izlenebilmesini mümkün kılmıştır. Bu çalışmada, öğretmen adayları farklı bireysel yaklaşımlar geliştirmiş ve bu yaklaşımlardan matematiksel olarak güçlü desteği bulan yaklaşım grupça geliştirilmek üzere seçilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Modelleme etkinliği, grup çalışması, model geliştirme, bireysel ve grup modelleri karşılaştırması.

Abstract

This study aims to understand individual and group models developed by mathematics pre-service teachers during a model-eliciting activity called "Kim 500 Milyar İster?". To achieve this purpose, we developed a monitoring system, composed of a Kanban board and instructions for how to use it, with the help of this monitoring system individual development as well as group development has been examined during the modeling activity. Nine pre-service mathematics teachers enrolled in elementary mathematics teacher education undergraduate program (6) and mathematics education graduate program (3) participated to this study which is designed as a multiple-case study using qualitative data collection and analysis methods. The results indicated that pre-service teachers developed individual models different from the final group model, and particularly the one with a strong mathematical explanation was selected by the group to further develop as a group model. On the other hand, development of a new and independent group model through integration of several individual models was not observed. Furthermore, the study showed that the monitoring system provided pre-service teachers with opportunities to a) record their ideas, b) self-monitor the changes in their ideas, and c) make their contribution to the group model visible. In this context, individual and group model monitoring system made it possible to monitor individual developments as well as group development in modeling activity. In this study, pre-service teachers developed different individual approaches and the approach that found strong support mathematically from these approaches was chosen to be developed by the group.

**ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Assist. Prof. Dr. Şerife Sevinç, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Middle East Technical University, Ankara, Turkey. E-mail address:sserife@metu.edu.tr. ORCID ID:0000-0002-4561-9742.*

Zülal Melek, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education Middle East Technical University, Ankara, Turkey. E-mail address:zulal.melek@metu.edu.tr. ORCID ID: 0000-0001-6626-3653.

Received Date: October 1st, 2018. Acceptance Date: December 2nd, 2019.

Keywords: Model-eliciting activities, group work, model development, comparison of individual vs. group models.

1. Giriş

Lesh ve Doerr (2003) "model" kavramını, doğrudan ya da dolaylı olarak kavram sistemlerinin inşası ve bu sürecin açıklanması için geliştirilen öğeler (bilgiler, işlemler, algoritmalar, kurallar) arasındaki ilişkilerden oluşan bir yapı olarak tanımlamaktadır. Modeller, belirli amaçlara yönelik geliştirilmekte olup, diğer kavramsal sistemlerle de ilişkilidirler (Lesh & Fennewald, 2010). Diğer bir deyişle, bir modelin diğer modellerden bağımsız olması ve bağımsız gelişmesi söz konusu değildir. Bu durum kavramsal bilgi gelişimi için de geçerlidir; kavramlar arasındaki ilişkilerin olmadığı bir kavramsal bilgi düşünülemez (Hiebert & Lefevre, 1986). Ancak, modeli kavramsal bilgiden ayıran en önemli özellik, bünyesinde hem kavramsal hem de işlemsel süreci barındıran bir yapı olmasıdır (Lesh & Doerr, 2003).

İlgili kavramsal sistemlere anlam kazandırmak ve modelin yapısının farklı yönlerini vurgulamak için etkileşimli araçlara ihtiyaç vardır. Bu nedenle modeller sadece öğrencinin zihninde yer almakla kalmamalı, aynı zamanda çeşitli etkileşim ortamları (konuşma dili, yazılı semboller, diyagramlar, bilgisayar programları vb.) kullanılarak ifade edilmelidir (Lesh & Doerr, 2003). Bu bağlamda modelleme, "bir okuryazarlık biçimi" ya da diğer bir deyişle matematiksel okuryazarlık olarak kabul edilebilir (Gee, 1997).

Farklı alanlardan eğitimciler, okul dışında da başarılı olabilmek için karmaşık kavram ve işlem sistemlerini açıklamayı ve anlamlandırmayı gerektiren becerilerin kazandırılmasının altını çizmektedirler (Gainsburg, 2006; Lesh & Doerr, 2003). Buna bağlı olarak öğrencilerin matematiksel durumları farklı şekillerde anlamlandırma ve anlayışlarını akranları ile paylaşma konusunda cesaretlendirilmeye ihtiyaç duydukları da vurgulanmaktadır (Lesh & Doerr, 2003). Öğrencilerin kullanacakları araç ve kaynakları seçebilmeleri, verileri elverişli/kullanışlı biçime dönüştürebilmeleri, karşılaştıkları problemin sonuç ve ürünlerini belgeleyebilmeleri, yorumlayabilmeleri ve bunu aktarabilmeleri okul dışında onları başarılı kılacak beceriler arasındadır ve bu beceriler 21. yüzyıl becerileri olarak adlandırılmaktadır (Ananiadou & Claro, 2009; Binkley vd., 2012). Lesh ve Doerr'e (2003) göre öğrencilere bu yeterlilikleri kazandırmanın en etkili yollarından birisi matematiksel modellemedir. Bu nedenle, öğrencilerin kendi modellerini oluşturma ve karmaşık durumların üstesinden gelmek için var olan ya da geliştirilen çözüm sistemlerini anlamlandırma becerilerinin ilk ve ortaöğretim yıllarında ele alınması önem taşımaktadır (English, 2006). Bu amaçla, araştırmacılar Modelleme Etkinlikleri (Model-Eliciting Activities) olarak bilinen araçlar geliştirme yoluna gitmişlerdir (Lesh, Hoover, Hole, Kelly, & Post, 2000).

Modelleme etkinlikleri öğrencilerin düşüncelerini ekip çalışması yoluyla ortaya çıkarma, gerçek hayat durumlarından yola çıkarak anlamlı öğrenme sağlama ve geleneksel ölçme yolları ile gözlemlenemeyecek bilgi ve becerileri niteleme amacıyla geliştirilmiştir (Moore, 2008). English'e (2006) göre, modelleme etkinliklerinin özellikle küçük yaş öğrenci grupları ile yürütülmesi, farklı çözüm yolları geliştirme, geliştiren çözüm yollarını revize etme ve akranlarına sunma gibi becerilerin erken yaşlardan itibaren öğrencilere kazandırılması açısından önem arz etmektedir. Modelleme etkinlikleri süresince, öğrenciler bazen bilinçli bazen de farkında olmadan birtakım stratejiler kullanmaktadırlar. Ferri ve Lesh (2013), bu durumları problem çözen bireyin "aşikâr/açık modellemesi" ve "örtük/sezgisel modellemesi" olarak ayırmaktadır. Öğrenciler bir modelleme etkinliği üzerinde çalışırken ilk aşama, öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal yönlerden aktif oldukları "örtük/sezgisel modelleme" sürecidir. Diğer bir deyişle, öğrencilerin modelleme etkinliklerine karşı tutumları, problem çözme istekleri ve motivasyonları onların model geliştirme sürecini ve dolayısıyla "aşikâr/açık modellerini" etkilemektedir. Öğrencilerin bireysel olarak sahip oldukları düşünceler aslında açık/aşikâr modellerin oluşmasına yön vermektedir (Harel & Lesh, 2003).

Modelleme sürecini tetikleyen ve model oluşumunu destekleyen en önemli kaynaklarından biri ekip çalışmasıdır. Modelleme etkinliklerinin ekip çalışması şeklinde işbirliği ortamında uygulanmasının öğrencilerin kavram sistemlerindeki etkileşimi ve ilişkiselliği güçlendirmektedir (Zawojewski, Lesh, & English, 2003). Modelleme etkinliklerinin uygulamasında ekip çalışması önerildiğinden alanyazındaki araştırmalarda modelleme süreci ekip çalışması eksenli olarak deneyimlenmiş, bu nedenle de ekip çalışması ile bireysel çalışmanın modelleme sürecini farklı etkileyip etkilemediğine dair bulgulara erişilen kaynaklarda rastlanmamıştır. Modelleme sürecinin bireysel değil ekip çalışması olarak planlanmasının temel nedenlerinden biri farklı yaklaşımların geliştirilebilmesi ve revizyonların yapılabilmesini mümkün kılan ıraksak düşünmenin (*divergent thinking*) gerekliliğidir (Lesh & Fennewald, 2010; Lesh & Yoon, 2007). Her ne kadar, ıraksak düşünmenin sağlanması için ekip çalışması zorunluluğu bulunmasa da, bunu öğrencilerle sağlayabilmenin en kolay ve hızlı yolu grup çalışması olarak görünmektedir ve bu nedenle modelleme etkinliklerinin uygulamasında ekip çalışması önerilmektedir (Lesh, kişisel iletişim, Nisan 2018). Buna ek olarak, ekip çalışması sırasında ekip üyelerinin model geliştirme sürecini bireysel olarak deneyimledikleri ve bu bireysel model geliştirme sürecinin ekip modelinden farklı modeller de oluşturabileceği iddia edilmektedir (Lesh, kişisel iletişim, Nisan 2018). Ancak, ekip çalışması sırasında oluşabilecek bireysel modelleri ortaya çıkarmaya ve ekip çalışmasının bireysel modellerden nasıl etkilendiğini anlamaya yönelik matematik eğitimi çalışmalarına erişilen alanyazında rastlanmamıştır. Bu da, bu çalışmayı yönlendiren başlıca tespit olarak görülmektedir.

1.1. Çalışmanın Amacı ve Araştırma Soruları

Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde ekip çalışması ile geliştirdikleri grup modelleri ile her bir öğretmen adayının geliştirdiği bireysel modelleri karşılaştırmaktır. Modelleme etkinlikleri öğrencilerin matematiksel durumları farklı şekillerle anlamlandırma ve düşüncelerini akranlarıyla paylaşma becerisi kazandırmak açısından önemlidir (Lesh ve Doerr, 2003). Modelleme etkinlikleri esnasında oluşabilecek bireysel modellerin grup modeli ile karşılaştırılması ise, öğrencilerin bireysel düşüncelerini grup üyelerine ne ölçüde aktarabildiğinin ve grup çalışması esnasında öğrencilerin düşünce yapılarının oluşmasına yön veren etmenlerin anlaşılması adına gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu doğrultuda, modelleme etkinliklerinde grup gelişiminin yanı sıra bireysel gelişimin de incelenmesini mümkün kılacak bir izleme sistemi geliştirilmiş ve bu izleme sisteminin modelleme etkinliği süresince hem bireysel hem de grup gelişimini anlamadaki rolü araştırılmıştır. Bu çalışmaya yön veren araştırma soruları aşağıda sunulmuştur:

1. Modelleme etkinliklerinde öğretmen adaylarının geliştirdiği grup modeli ile bireysel modelleri arasındaki ilişki nasıldır?
2. Geliştirilen model izleme sisteminin, modelleme etkinliklerinde hem grup hem de bireysel modelleri belirlemekteki rolü nedir?

Bu araştırma sorularının yanıtlanabilmesi için, seçilen modelleme etkinliğinin uygulanma yöntemine ve bu yöntemin sonuçlarına odaklanılmakta ve model geliştirme süreci bilişsel bir araştırma ortamı olarak görülmektedir.

1.2. Çalışmanın Önemi

Bu çalışma temel olarak öğrencilerin bireysel olarak geliştirdikleri örtük modellerini anlamayı ve bu bireysel modeller ile grup modelini karşılaştırmayı amaçlamaktadır. Lesh ve Doerr'e göre (2003), modelleme etkinlikleri öğrencilere matematiksel durumları farklı şekillerde anlamlandırma ve düşüncelerini akranlarıyla paylaşma becerisi kazandırmak açısından önem taşımaktadır. Bu açıdan bakıldığında, bu çalışma öğretmen adaylarının bireysel düşüncelerini grup üyelerine ne ölçüde yansıtabildiklerini ve grup çalışması esnasında öğretmen adaylarının düşünce yapılarının oluşmasına yön veren etmenleri anlamaya çalışmakta ve bu bağlamda modelleme kapsamındaki alanyazına katkı sağlamayı hedeflemektedir. Bu araştırmanın yürütülmesinin temel gerekçelerinden biri de mevcut alanyazında modelleme etkinliklerinin çözüm sürecinde bireysel modeller ve grup modellerinin arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmalara rastlanmamış olmasıdır ve bu yönüyle çalışmanın alanyazına önemli katkılar sağlaması beklenmektedir.

2. Alanyazın Taraması

Modelleme sürecinde öğrencilerin oluşturacakları modeller, matematiksel sistemleri oluşturmak, tanımlamak, açıklamak, değiştirmek, tahmin etmek ya da kontrol etmek adına paylaşılabilir, değiştirilebilir ve tekrar kullanılabilir kavramsal modeller olmalıdırlar (Lesh & Doerr, 2003). Bu çalışmada modelleme etkinlikleri esnasında bireysel olarak ve grup halinde geliştirilen çözüm stratejilerini nitelendirmekte ve dolayısıyla Lesh ve Doerr (2003) tarafından geliştirilen Model ve Modelleme Perspektifinden (MMP) yararlanmaktadır. MMP, "model" kavramını problem durumunu anlamlandırmak ve probleme çözüm üretmek için öğrenciler tarafından oluşturulan kavramsal sistemler olarak tanımlamaktadır (Lesh & Doerr, 2003). Bu kavramsal sistemlerin (yani modellerin) geliştirilebilmesi için ise modelleme yaklaşımının önerdiği prensipleri barındıran modelleme etkinlikleri kullanılmaktadır. Aşağıdaki kısımda, modelleme etkinliklerinin genel özelliklerine ve tasarım prensiplerine değineceğiz.

2.1. Modelleme Etkinlikleri

Modelleme etkinlikleri, öğrencilerin çözmeyi hedefledikleri probleme uygun çözüm stratejilerini ifade etmeyi, test etmeyi ve düzenlemeyi gerektirmektedir (Lesh & Harel, 2003). Modelleme etkinlikleri, üç temel amaç doğrultusunda tasarlanmıştır: (1) öğrencinin düşüncelerini ekip çalışması (işbirlikçi öğrenme) yoluyla ortaya çıkarmak, (2) gerçek hayat durumlarını simule ederek anlamlı öğrenmeye zemin hazırlamak ve (3) öğrencilerin geleneksel ölçme yöntemleri ile gözlemlenemeyecek bilgi ve becerilerini nitelemek (Moore, 2008). Modelleme etkinlikleri, tek bir doğru ya da kabul edilebilir çözümü olmayan, öğrencilerin verilen duruma en uygun çözümü geliştirmelerini gerektirir (Wessels, 2014).

Bu etkinlikler, gerçek yaşam bağlamında verilen bir problemi matematik kullanarak çözmeyi (*realizing mathematics*) teşvik etmenin yanı sıra öğrencilere gerekçelendirme ve akıl yürütme yoluyla gerçek dünyadaki durumları matematiksel yollarla ifade etme (*mathematizing reality*) imkânı sunmaktadır (Chamberlin & Moon 2005, Lesh & Yoon, 2007). Bunlara ek olarak, modelleme etkinlikleri öğrencilerin düşüncelerindeki çeşitliliği, gösterimlerindeki akıcılığı, bilişlerindeki esneklik ve yaratıcılığı ve matematiksel bilgiyi kullanma yeteneklerini olumlu yönde desteklemektedir (Chamberlin & Moon 2005).

Modelleme etkinlikleri öğrencilerin çözüm yollarını ve bu çözüm yollarının revizyonlarını ortaya koyacakları; bunları değerlendirip, akranlarına sunabilecekleri küçük grup çalışmaları gerektiren etkinliklerdir. Grupların modelleri grup üyeleri ve diğer gruplar ile paylaşılmaya açık ve benzer durumlarda tekrar kullanılabilir olduklarından aynı zamanda diğer gruplar tarafından incelenmeye/değerlendirilmeye açıktır. English'e (2006) göre modellerin bu özelliği öğrencilere birbirlerinin modellerine yapıcı geri bildirimlerde bulunma olanağı sağlamaktadır.

Modelleme etkinlikleri grup çalışmasına dayalı yapısının yanı sıra altı başlık altında toplanan tasarım prensiplerini temel almaktadır (Lesh vd., 2000):

1. *Gerçeklik Prensibi*: Modelleme etkinliğinin öğrenciye gerçek hayatta karşılaşılabilir bir durum sunması ve problemi çözme ihtiyacı gerektirmesi
2. *Model Oluşturma Prensibi*: Problemin çözüme ulaşması için öğrencilerin model oluşturmasını gerektirmesi
3. *Öz Değerlendirme Prensibi*: Problemin oluşturulan modelin uygunluğunu ve kullanışlılığını öğrencilerin test edebilmesini sağlayacak bilgileri içermesi
4. *Model İfade Etme Prensibi*: Problemin öğrencilerin modelleme etkinliği süresince kendi düşünce ve çözüm yollarını yazılı, sözlü ya da görsel araçlarla ifade etmelerini gerektirmesi
5. *Model Genelleme Prensibi*: Problemin çözümü için oluşturulan modelin benzer durumlar için genellenebilir ve kullanılabilir olması
6. *Etkili Örnek* (*Prototip) Olma Prensibi*: Modelleme etkinliğinin benzer başka durumları yorumlamakta kullanılabilmesi.

Modelleme etkinliklerinin farklı alanların eğitimlerindeki rolü, öğrencilerin grup içindeki gelişimleri son yıllarda yapılan çeşitli çalışmalarda ele alınmıştır (Moore, 2008; Doerr & Ärlebäck, 2015; Lesh & Harel, 2003). Moore (2008), modelleme etkinliklerinin karmaşık sistemlerin oluşturulması, tanımlanması ya da açıklanması konusunda grup içi iletişim ve etkin çalışma için öğrencilere ortam hazırladığını vurgulamıştır. Buna dayanarak, mühendislik öğrencilerinin NanoRoughness ve Aluminum Bat isimli iki modelleme etkinliğini grup çalışması ile çözmelerini istemiştir. Bu iki modelleme etkinliği nano-teknoloji bağlamında gerçek yaşam durumlarını içermekte olup mühendislik eğitiminin ilk yılındaki lisans öğrencilerinin aldığı problem çözmede bilgisayar araçlarının kullanımı odaklı bir derste kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları, modelleme etkinliklerinin geleceğin mühendislerine (mühendislik birinci sınıf öğrencilerine), mühendislik disiplinlerine karşı motivasyonu artırma, verileri analiz etme ve çıkarımda bulunma gibi olumlu etkileri olduğunu ve bunun ötesinde öğrencilerin kariyerlerinde uzmanlaşabilecekleri alanlara dair fikir verdiğini göstermiştir.

Doerr ve Ärlebäck (2015) ise öğrencilerin modelleme etkinliklerinde grup çalışmalarındaki dinamikleri incelemiş ve grup çalışmasının çıktısı olabilecek bireysel ve gruptan bağımsız modellerin oluşumunun zorluğuna dikkat çekmiştir. Bu çalışma ile öğrencilerin grup çalışmalarına özgür katkılarının sağlanabilmesini destekleyen ilkelerin tartışılması ve öğrencilere edindirilmesinin ve modelleme süresince öğrencilerin öz-değerlendirmelerini destekleyen öğretim uygulamalarının önerilmesinin önemini vurgulanmıştır. Modelleme etkinliklerini öğretim ve araştırma aracı olarak kullanan diğer bir çalışma ise, modelleme sürecinde *model ifade etme-model test etme-model geliştirme* aşamalarından oluşan model gelişim döngüsünü ve bu döngüdeki öğrencilerin gelişim aşamaları arasındaki benzerlik ve farklılıkları ele almaktadır (Lesh & Harel, 2003). Modelleme döngüsünün temel amacının öğrencilerin kavram sistemlerini ortaya çıkarmak olduğu düşünüldüğünde, bu çalışma öğrencilerin problem çözme sürecindeki kavramsal gelişimlerini incelemektedir. Öğrencilerin çalışmaları, dört modelleme etkinliğinde izlenmiş ve model gelişim aşamaları belirlenmiştir. Bu süreçte model gelişim aşamalarının yorumları için öğrencilerin bireysel süreçlerinden de kendi ifadeleri ölçüsünde faydalanılmıştır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin modelleme etkinliklerinin ilk on dakikasında yeterli işbirliği ve iletişimde olamadıkları ve daha çok bireysel çalışmayı tercih ettikleri görülmüştür. Grup çalışmasının ilerleyen süreçlerinde ise grup üyelerinin bazen farklı çözüm yaklaşımlarını benimsedikleri bazen ise farklı yaklaşımları entegre ederek ve "akıl birliğine" ulaştıkları görülmüştür. Bu çalışmanın diğer bir önemli bulgusu ise “akıl birliğinin” yansımalarının hem grup modellerinde hem de bireysel modellerde görülmesidir.

Görüldüğü üzere, grup çalışması olarak uygulanan modelleme etkinliklerinde bireysel katılım çok önemli olmakla birlikte bu süreçte öğrencilerin geliştirdikleri bireysel modellerin anlaşılması zor olmakla birlikte önem arz etmektedir. Bunun yanı sıra, bireylerin grup modeline ya da grup modelinin bireylere olan katkısının anlaşılması da modelleme sürecinde öğrencilerin gelişimini anlama açısından önem taşımaktadır. Bu bağlamda, bu çalışma matematik öğretmen adaylarının, bir modelleme etkinliği sürecinde geliştirdikleri matematiksel düşünme sistemlerinin (modellerinin) hem grup ürünü hem de bireysel katkı bazında incelenmesine olanak sağlayacak bir izleme sistemini sunmakta ve bu izleme sisteminin sağladığı veriler ışığında grup modeli ile bireysel modelleri incelemektedir.

3. Araştırma Yöntemi

3.1. Araştırmanın Deseni

Matematik öğretmen adaylarının matematiksel bir modelleme etkinliği süresince geliştirdikleri grup modeli ile bireysel modelleri derinlemesine incelemeyi amaçlayan bu çalışma, nitel veri toplama ve analizi süreçlerini içermekte olup çoklu durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Odaklanılan durumların derinlemesine incelenmesi ise katılımcıların sağladığı verilerin nitel yöntemlerle analizi ile sağlanmıştır. Bu çalışmadaki durumların sınırlarını çalışmaya katılan matematik öğretmen adaylarının eğitim seviyeleri ve kullanılan matematiksel modelleme etkinliği oluşturmaktadır.

3.2. Katılımcılar

Bu çalışmaya, Ankara'daki devlet üniversitelerinden birinde ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programına ve matematik eğitimi yüksek lisans programına kayıtlı toplam dokuz öğretmen adayı[†] (altı kadın ve üç erkek) katılmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının üçü Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans öğrencisi, üçü İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında dördüncü sınıf ve diğer üçü ise aynı programda üçüncü sınıf öğrencisidir. Çalışmaya farklı sınıf seviyelerinden öğretmen adaylarının davet edilmesinin gerekçesi, ekip çalışması deneyimlerinin farklı bulgular sunabilme ihtimali taşımasıdır. Ekip çalışması deneyimlerindeki farklılık maksimum çeşitlilik örneklemi (Yıldırım & Şimşek, 2018) için önem arz etmektedir.

Çalışmaya katılan yüksek lisans öğrencileri de yine aynı üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programından mezun olmuştur. Bu lisans programının temel amacı, matematik öğrenimi ve öğretiminde, alan bilgisinde ve bilgilerin uygulanması konusunda nitelikli öğretmenler yetiştirmektir (Üniversite Ders Kataloğu, 2015-2017). Programın içerdiği zorunlu alan derslerine ek olarak, öğrencilerden dördü alan eğitimi ile ilgili olacak şekilde en az altı seçmeli ders almaları beklenmektedir. Öğretmen adaylarının çeşitli modelleme etkinliklerine katıldıkları ve modelleme etkinliklerinin matematik öğretiminde kullanabilme yöntemlerini ve bu etkinliklerin öğrencilerin öğrenmeleri üzerindeki etkilerini tartıştıkları "*Öğretmenler için Matematiksel Modelleme*" dersi de bu seçmeli derslerden biridir.

Öğretmenler için Matematiksel Modelleme dersi kazanımları doğrultusunda, öğretmen adaylarının gerçeğe dayalı model oluşturmaları; modelleme sorularını matematiksel bir model geliştirerek çözmeleri; matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumları bağlamında yorumlamaları; matematiksel dili, denklemleri ve grafikleri kullanarak akıl yürütme ve iletişim becerilerini geliştirmeleri ve modelleme faaliyetlerinin özelliklerini anlamaları beklenmektedir. Bu çalışmaya davet edilecek öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerine aşina olmalarının daha uygun, nitelikli ve yeterli veri sağlayacağı düşünülerek *Öğretmenler için Matematiksel Modelleme* dersini tamamlamış olmaları amaçlı örneklem türlerinden biri olan ölçüt örneklem kriteri olarak belirlenmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Gönüllü katılım esasına dayanılarak dokuz öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Çalışmanın bulgularının sunumunda, katılımcılardan farklı harflerle bahsedileceğinden Tablo 1'de katılımcılara verilen harfler, örneklem kriterleri ve hangi sınıf seviyelerinde bulundukları gösterilmiştir.

Tablo 1
Çalışmanın katılımcıları ve örneklem kriterleri

Katılımcılar	Sınıf Seviyesi	Matematiksel Modelleme Dersine Katılımı	Gönüllü Katılım isteği
A, B, C	Yüksek Lisans	✓	✓
D, E, F	Dördüncü Sınıf	✓	✓
G, H, J	Üçüncü Sınıf	✓	✓

3.3. Veri Toplama Yöntemi

Dokuz matematik öğretmen adayı programlarındaki sınıf seviyeleri gözetilerek üçer kişilik gruplar halinde farklı zamanlarda modelleme etkinlikleri boyunca araştırmacı (ikinci yazar) tarafından gözlemlenmiş ve öğretmen adaylarının model geliştirme süreçlerinin ses ve görüntü kayıtları tutulmuştur. Araştırmacı gözlem sürecine yalnızca gözlemci olarak dahil olmuş; öğretmen adaylarıyla problemin çözümüne dair yön verici bir iletişimde yer almamıştır.

Çalışmada kullanılan modelleme etkinliği, Quinn (2003) tarafından geliştirilen ve Erbaş vd. (2016) tarafından Türkçeye çevrilen ve Türkiye'deki lise öğrencileri için uyarlanan "Kim 500 Milyar İster?" etkinliğidir. Bu etkinlik, yine aynı isimle yayınlanan ve dünyaca bilinen bir yarışma programı olan "Kim 500 Milyar İster?" den esinlenilerek

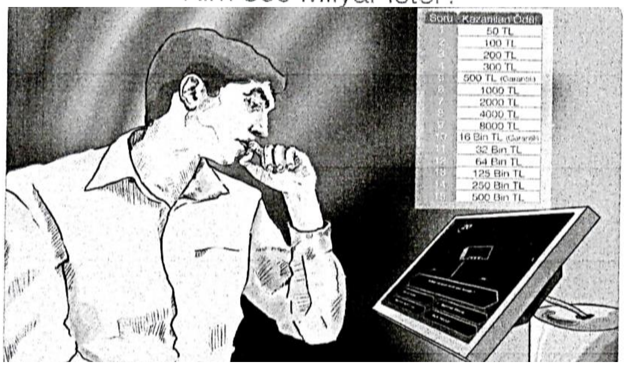
---

[†]Yüksek lisans programına kayıtlı hizmet öncesi matematik öğretmenleri henüz sınıf içi matematik öğretmenliği deneyimine başlamadığından, bu çalışmada matematik öğretmen adayı kategorisinde değerlendirilmiştir.

tasarlanmıştır. Başarının çok çeşitli alanlarda güçlü bilgiye sahip olmayı gerektirdiği yarışma, yarışmacılara 15 çoktan seçmeli soruya doğru cevap vererek 500 milyar kazanma şansı vermektedir. Ayrıca, hem yarışmanın kendisi hem de modelleme etkinliği çözüm süreci boyunca doğru kararlar verebilmek için olasılık bilgisine sahip olmayı gerektirmektedir (Quinn, 2003).

"Kim 500 Milyar İster?" etkinliği Şekil 1'de sunulmuş olup, modelleme tasarım prensipleri göz önünde bulundurularak bu çalışmada kullanılmak üzere seçilmiştir (Lesh vd., 2000). Daha açık bir ifadeyle, problem doğrudan gerçek hayat durumundan alınmıştır (*gerçeklik prensibi*) ve problemin cevabı uygun modelin geliştirilmesini gerektirmektedir (*model oluşturma prensibi*). Öğrenciler, dışarıdan bir yardım olmaksızın (*öz değerlendirme prensibi*) modeli test ederek, çözümlerinin kullanışlılığını ve rahatlığını değerlendirebilir ve düşüncelerini oluşturup ifade edebilirler (*model ifade etme prensibi*). Ayrıca oluşturulan model, farklı zamanlarda diğer durumlar için kullanılabilir, genellenebilir (*model genelleme prensibi*) ve diğer farklı durumları yorumlamak adına kullanılabilir (*etkili örnek [prototip] olma prensibi*).

Kim 500 Milyar İster?



Bugüne kadar birçok ülkede yayınlanan ve ülkemizde de 2000 yılında "Kim 500 Milyar İster?" adıyla ekranlarda yer almaya başlayan ve daha sonra yoluna "Kim 500 Bin İster?" şeklinde devam eden bilgi yarışması farklı isimlerle de olsa televizyonlarda yayınlanmaya devam etmektedir. Heyecan içinde izlediğimiz bu yarışma programında bazen "*Ben olsaydım risk alıp yarışmaya devam ederdim.*" ya da "*Kazandığım miktarı alıp yarışmadan çekilirdim.*" dediğiniz olmuştur.

Yarışmanın Kuralları:

• Bir yarışmacı 500.000 TL kazanmak için 15 çoktan seçmeli soruyu sırasıyla doğru olarak cevaplamalıdır. Her yeni soruda kazanılabilecek ödül artmaktadır. Yarışmacı bir soruya yanlış cevap verdiğinde bulunduğu aşamadaki tüm ödülleri kaybeder ama garantilediği ödülü alır ve yarışmadan elenir. Buna göre, yarışmacı örneğin beşinci soruya doğru cevap verdiğinde 500 TL'lik ödülü garantiler ve sonraki 5 sorudan birini yanlış cevaplasa da tüm parasını kaybetmez ve böylece 500 TL'lik ödülü alır. Aynı şekilde onuncu soruyu doğru cevaplayan yarışmacı bu kez 16 bin TL'lik ödülü garantiler ve sonraki sorulardan birini yanlış cevaplasa bile bu ödülü kaybetmez. Her soruda kazanılabilecek para ödülleri yandaki tabloda gösterilmektedir.

Soru	Kazanılan Ödül
1	50 TL
2	100 TL
3	200 TL
4	300 TL
5	500 TL (Garantili)
6	1000 TL
7	2000 TL
8	4000 TL
9	8000 TL
10	16 Bin TL (Garantili)
11	32 Bin TL
12	64 Bin TL
13	125 Bin TL
14	250 Bin TL
15	500 Bin TL

• Yarışmacı yarışmaya devam etme kararını vermeden önce soruyu ve sorunun tüm şıklarını görme hakkına sahiptir. O soru için joker hakkını kullanmış olsa bile soruya cevap vermeden yarışmadan çekilebilir ve (varsa) o ana kadar kazandığı ödülleri alabilir.

• Yarışmacının bilmediği sorularda kullanabileceği 3 joker hakkı vardır.

- **Yarı yarıya (%50 jokeri)**: Bilgisayar dört şıktan yanlış olan ikisini eler. Böylece sorudaki seçenekler dörtten ikiye iner.

- **Arkadaşıma sormak istiyorum (telefon jokeri)**: Telefonla bir arkadaşını arayıp soruyu ona sorar ve ondan cevap için yardım ister.

- **Seyirciye sormak istiyorum (seyirci jokeri)**: Sorunun cevabını stüdyodaki seyircilere sorar.

• Yarışmacı her jokeri en fazla birer defa kullanabilir. Jokerler herhangi bir soruda kullanılabilir. Yarışmacı isterse bütün jokerleri bir soru için kullanabilir.

Yarışma ile ilgili aşağıdaki durumlar üzerine düşününüz:

1. Bir yarışmacı 9. soruya kadar bütün soruları doğru cevaplamıştır. Fakat sorulan 10. sorunun doğru cevabını bilmemektedir. Yarışmacı 10. soruya gelene kadar "seyirci" ve "telefon" joker haklarını kullanmıştır. Yarışmacının iki seçeneği vardır: Ya soruya cevap vermeden yarışmadan çekilip 8.000 TL almak, ya da daha fazla ödül için şansını denemek.

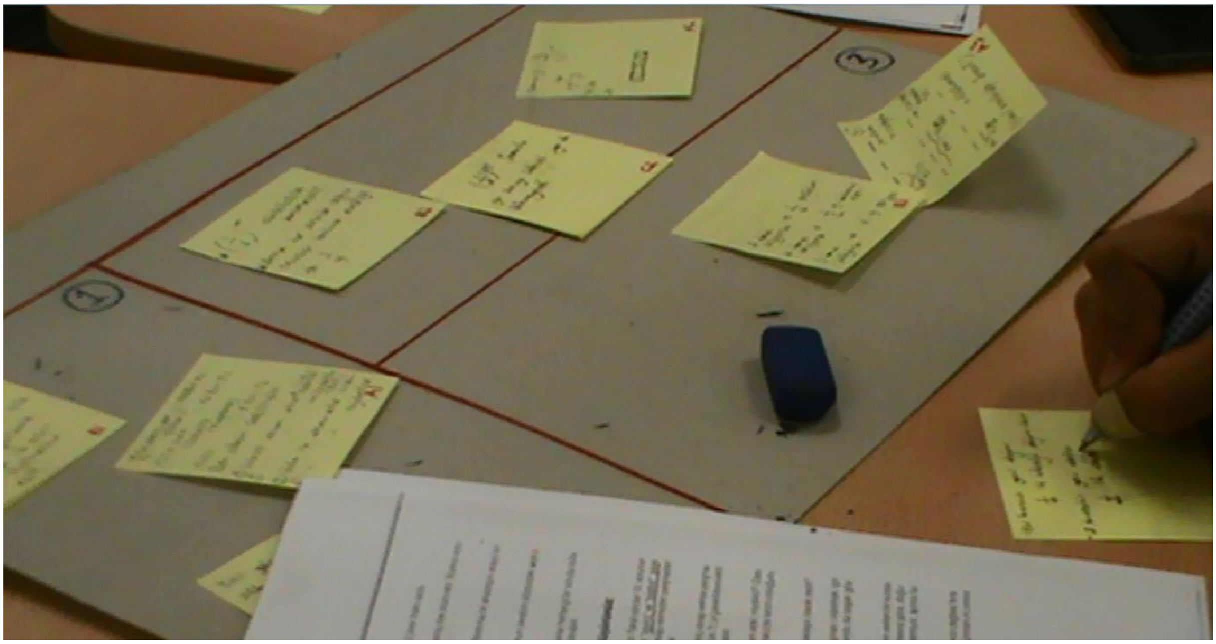
Yarışmaya devam etmesi durumunda, eğer yarışmacı soruya yanlış cevap verirse yarışmayı 500 TL alarak terk edecektir. Ama soruya doğru cevap verirse 16 bin TL'yi garantileyecektir. Bu durumda 32 bin TL'lik soruda da şansını deneme hakkı kazanacaktır.

Siz böyle bir durumda olsaydınız ne yapardınız? Yarışmaya devam eder miydiniz? Olası alternatif durumları inceleyiniz ve bu alternatiflerden hangisinin daha makul bir tercih olduğunu matematiksel verilerle tartışınız.

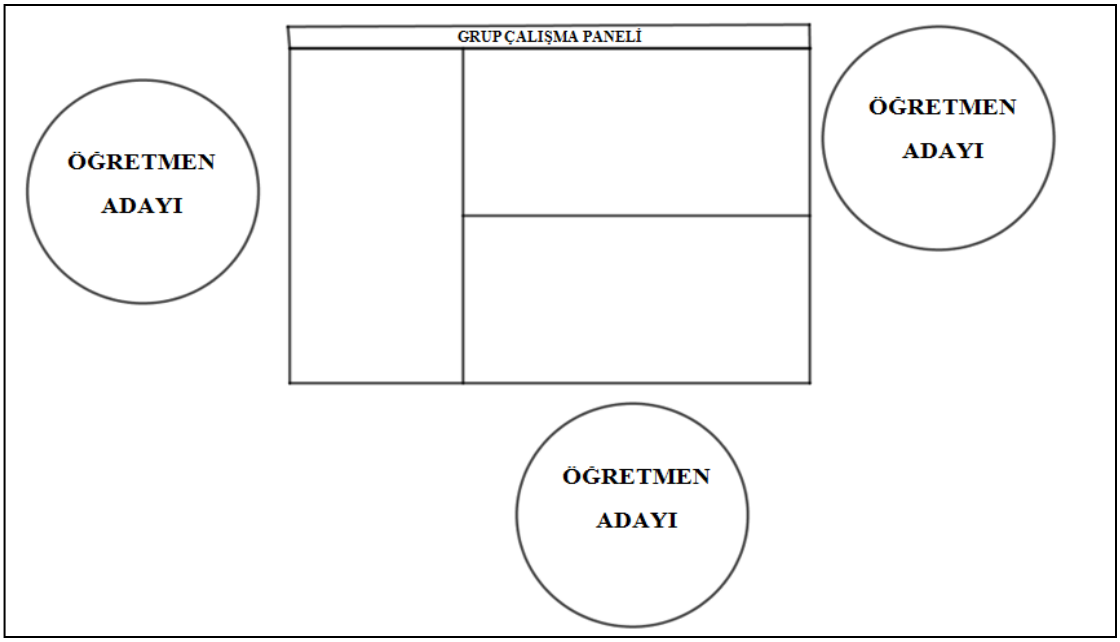
Şekil 1. "Kim 500 Milyar İster?" modelleme etkinliği (Erbaş vd., 2016, s. 21-22)

Öğretmen adaylarının "Kim 500 Milyar İster?" etkinliğinde geliştirdikleri grup modeli ve bireysel modelleri izlemek için ise araştırmacılar tarafından bir izleme sistemi geliştirilmiştir. Şekil 2' de çalışma panelinin kullanım sırasındaki örneği ve Şekil 3'de ise öğretmen adaylarının etkinlik süresince panelin etrafındaki oturma düzenleri sunulmuştur. Etkinlik öncesinde öğretmen adaylarına verilen yönergeler ise aşağıda sıralanmıştır:

- Problemi bireysel olarak okuyup çözümü hakkında düşününüz.
- Düşündüğünüz olası çözüm yollarını, grup üyeleri ile paylaşmadan, size verilen post-it not kâğıtlarına yazarak çalışma panelinde *size ayrılan bölmeye* yapıştırınız.
- Bireysel olarak kayıt altına aldığınız fikirlerinizi ve çözüm stratejilerini grup arkadaşlarınızla paylaşarak ortak bir yaklaşım geliştirmeye çalışınız.
- Süreç içerisinde geliştirdiğiniz diğer çözüm yollarını ya da yaklaşımlarını, grup arkadaşlarınızla paylaşmasanız bile, sürekli olarak post-it not kağıtlarına yazarak ve çalışma paneline yapıştırarak kayıt altına aldığınızdan emin olunuz.



Şekil 2. Modelleme etkinliği için grup modeli ve bireysel model izleme sistemi



Şekil 3. Öğretmen adaylarının modelleme etkinliği süresince çalışma paneli etrafındaki oturma düzeni

Öğretmen adaylarından Şekil 3'te gösterilen oturma düzeninde oturmaları ve yönergede de belirtildiği üzere bireysel yaklaşımlarını not alma aşamasında paylaşımda bulunmamaları istenmiştir. Bireysel yaklaşımların not alınması aşamasında, araştırmacı aktif bir şekilde gözlem yaparak bu aşamayı optimum sürede tutmuştur. Diğer bir deyişle, bu aşama için ayrılan süre öğretmen adaylarının yalnızca kendi fikirleri ile ilgilenmelerini ve bu fikirleri pos-itlere yazmaları için yeterli olacak şekilde belirlenmiştir. Dolayısıyla, bu süre zarfında birbirlerinin kağıtlarını görseler dahi, bu post-itlerde yazan fikirleri okumaya fırsat bulamamış ve verilen süreyi kendi fikirlerini ifade etmek için kullanmışlardır. Katılımcıların yetişkinlerden oluşması verilen yönergeye uymalarını ve grup etkileşimin başladığı zamanı net bir şekilde kaydetmeyi mümkün kılmıştır. Bu durum küçük yaş grubu çocuklar için soruna yol açabileceğinden yönergenin ve oturma düzeninin yaş grubunun özellikleri göz önüne alınarak düzenlemesi uygun olacaktır ancak bu çalışmada bununla ilgili bir soruna rastlanmamıştır.

Şekil 1'de sunulan kullanılan grup modeli ve bireysel model izleme sistemi (çalışma paneli ve uygulama yönergesi), bu çalışma için tasarlanmış olup daha önce bu ve benzeri çalışmalarda kullanılmamıştır. Buna ek olarak, bu izleme sisteminin etkinliği de araştırmanın ortaya çıkarmayı hedeflediği bir sorunsal olup modelleme çalışmaları alanyazınına metodolojik olarak katkı sağlaması beklenmektedir. Geliştirilen bu izleme sistemi yoluyla kaydedilen yazılı dokümanlar da çalışmanın verilerine dahil edilmiş ve veri analizi süreci aşağıda açıklanmıştır.

3.4. Veri Analizi Süreci

Modelleme etkinliğinin çözüm süreci, Lesh ve Doerr'in (2003) modelleme perspektifiyle ve Ferri ve Lesh'in (2013) örtük ve açık modelleme yaklaşımı ışığında incelenmiştir. Üç grubun yazılı verileri ve video kayıtları ayrı ayrı tematik olarak kodlanmış ve bu gruplarda grup dinamiğinin nasıl ilerlediği ve çözüm süreci boyunca modelin nasıl geliştiği karşılaştırılmıştır. Bu süreçte gözlemlenen model değişim noktaları bireysel modeller ve grup modeli için ayrı ayrı belirlenmiş ve kodlanmıştır. Bireylerin ve grubun düşüncelerinin değiştiği noktalar zaman olarak (dakika cinsinden) T1, T2 vb. şeklinde kodlanırken; bu anlarda bireylerin sahip olduğu düşünceler I1, I2 vb. şeklinde kodlanmıştır. Düşüncelerin kodlamasında kullanılan rakamlar öne sürülen çözüm stratejisinin seviyesini değil bu fikirlerin ortaya çıkma sırasını yansıtmaktadır. Ayrıca, T1, T2 vb. şeklinde kodlanan değişim anları, belirli bir zaman aralığını takip ederek değil öğretmen adaylarının fikirlerindeki değişim takip edilerek belirlenmiştir. Kısaca, T1 ve T2 arasındaki süre ile T5 ve T6 arasındaki süreye eşit olmayabilir. Bu nedenle de, her grup için belirlenen bu anlar farklı sayıda olabilmektedir.

Bunlara ek olarak, öğretmen adaylarının bireysel modellerini takip edebilmek için kişiler A, B ve C (Yüksek Lisans Öğretmen Adayları Grubu), D, E ve F (Dördüncü Sınıf Öğretmen Adayları Grubu), G, H ve J (Üçüncü Sınıf Öğretmen Adayları Grubu) olarak harfler ile kodlanmıştır. Benzer şekilde bireylerin modellerini takip edebilmek için bu kodlar numaralarla eşleştirilmiştir. Örneğin, A1 yüksek lisans eğitimine devam eden öğretmen adaylarından A kişisinin birinci çözüm yaklaşımı iken A2 aynı kişinin 2. çözüm yaklaşımını temsil etmektedir. Bu kodlamalar yardımıyla gruplardaki değişim süreçleri takip edilmiş ve grafiklere dökülmüştür. Bu grafikler, bulgular kısmında paylaşılarak öğretmen adaylarının bireysel ve grup modellerindeki değişim noktaları, bu değişimlere neden olan etmenlerin neler olabileceği ve bireysel ve grup modellerinin birbirleri ile olan ilişkisi tartışılmıştır.

3.5. Geçerlik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik doğru bilgiye ulaşmak adına gerekli önlemlerin alınması; güvenirlik ise araştırma sürecinin ve verilerinin bir başka araştırmacı için açık, ayrıntılı ve değerlendirilebilir olması şeklinde ifade edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Nitel araştırmalarda "inandırıcılık" olarak ele alınan iç geçerliğin, veri kaynaklarının çeşitlendirilmesi yoluyla artması beklenmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının lisans eğitimlerindeki mevcut sınıf seviyeleri düşünüldüğünde, farklı algılara, deneyimlere ve bakış açılarına sahip olmaları, veri kaynaklarının çeşitlenmesini ve dolayısıyla çalışmanın inandırıcılığını desteklemektedir. Buna ek olarak, model izleme sistemi, video kaydı ve ses kaydı alınarak veri kaynaklarının çeşitlendirilmesi hedeflenmiştir.

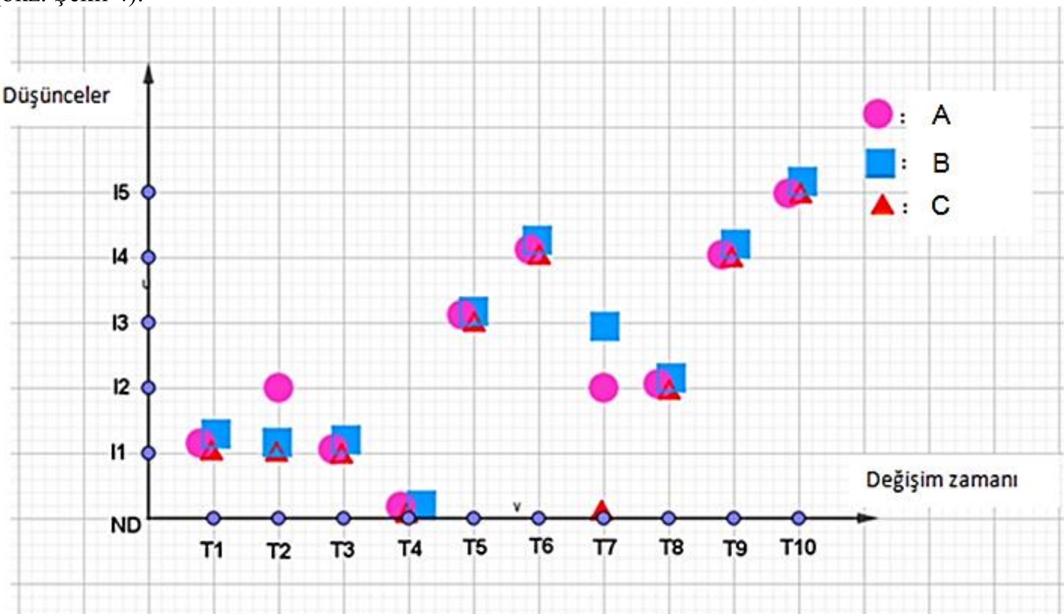
Ayrıca çalışmada kullanılan modelleme etkinliği, modelleme alanındaki bir AR-GE projesi kapsamında geliştirilmiş ve test edilmiştir. Araştırmanın dış güvenirliğini arttırmak adına ise araştırmada izlenen aşamalara (veri toplama ve analizi, gözlem ve kayıt süreci vs.) ve araştırmacının araştırmadaki rolüne dair detaylı not tutulmuştur. Son olarak, veri analizi iki araştırmacının karşılaştırmalı kodlamamasıyla yapılarak iç güvenirliğin sağlanması hedeflenmiştir (Yıldırım & Şimşek, 2018).

4. Bulgular

Bu çalışmanın ilk grubu Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans eğitimine devam etmekte olan öğretmen adaylarından, ikinci grubu İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının son senesinde olan öğretmen adaylarından ve üçüncü grubu ise aynı programın üçüncü senesinde olan öğretmen adaylarından oluşmaktadır. Her bir grupta iki kadın ve bir erkek olmak üzere üç öğretmen adayı yer almaktadır. Etkinliğin başında öğretmen adayları problemi bireysel olarak okuyup yaklaşık on dakikalık bir süre içerisinde bireysel çözüm yaklaşımlarını kendilerine verilen not kâğıtlarına yazılı olarak ifade etmiştir. Tüm öğretmen adayları muhtemel çözüm yollarını yazdıkları not kâğıtlarını diğer adaylarında görebileceği şekilde çalışma paneline yapıştırmışlardır. Bireysel süreç tamamlandıktan sonra adaylar kendi düşüncelerini grup arkadaşları ile paylaşmış (T1) ve etkinlik boyunca fikirlerini kayıt altına almaya ve çalışma paneline ekleyerek grup arkadaşları ile paylaşmaya devam etmişlerdir. Her bir grubun çalışmasında ortaya çıkan bireysel ve grup modelleri bu kısımda detaylı olarak görseller ile desteklenerek sunulmaktadır. Bulguların sunumunda öncelikle grup üyelerinin yaklaşımlarının ayrıştığı ve ortaklaştığı anların örüntüsü değerlendirilmiş, fikir birliğine varıldığı durumlar sıralanmış ve özellikle fikir ayrılıklarının olduğu durumlar detaylı olarak incelenerek bir sonraki zaman dilimde fikir birliğine varılıp varılmadığı paylaşılmıştır.

4.1. Yüksek Lisans Eğitimine Devam Eden Öğretmen Adayları

Yüksek lisans eğitimine devam etmekte olan öğretmen adaylarının büyük ölçüde fikir birliğinde olduğu gözlenmiştir (bkz. Şekil 4).



Şekil 4. Yüksek lisansa devam eden öğretmen adaylarının bireysel model değişimi ve grup dinamiği grafiği

Grafikte görüldüğü gibi, öğretmen adayları arasındaki bu fikir birliği yalnızca iki durumda (T2 ve T7) bozulmuş olup, bu durumlardan ilkinde (T2) bir öğretmen adayı diğerlerinden daha farklı bir yaklaşıma sahipken ikincisinde (T7) her üçü de farklı önerilerde bulunmuştur. Grafikte I1, I2, I3, I4 ve I5 olarak gösterilen çözüm yaklaşımları ve hangi yaklaşımın hangi öğretmen adayları tarafından benimsendiği aşağıda Tablo 2’de sunulmuştur. Ayrıca, öğretmen adaylarının farklı çözüm yaklaşımı geliştirdiği ve fikir ayrılığı yaşadığı durumlar tabloda işaretlenmiştir.

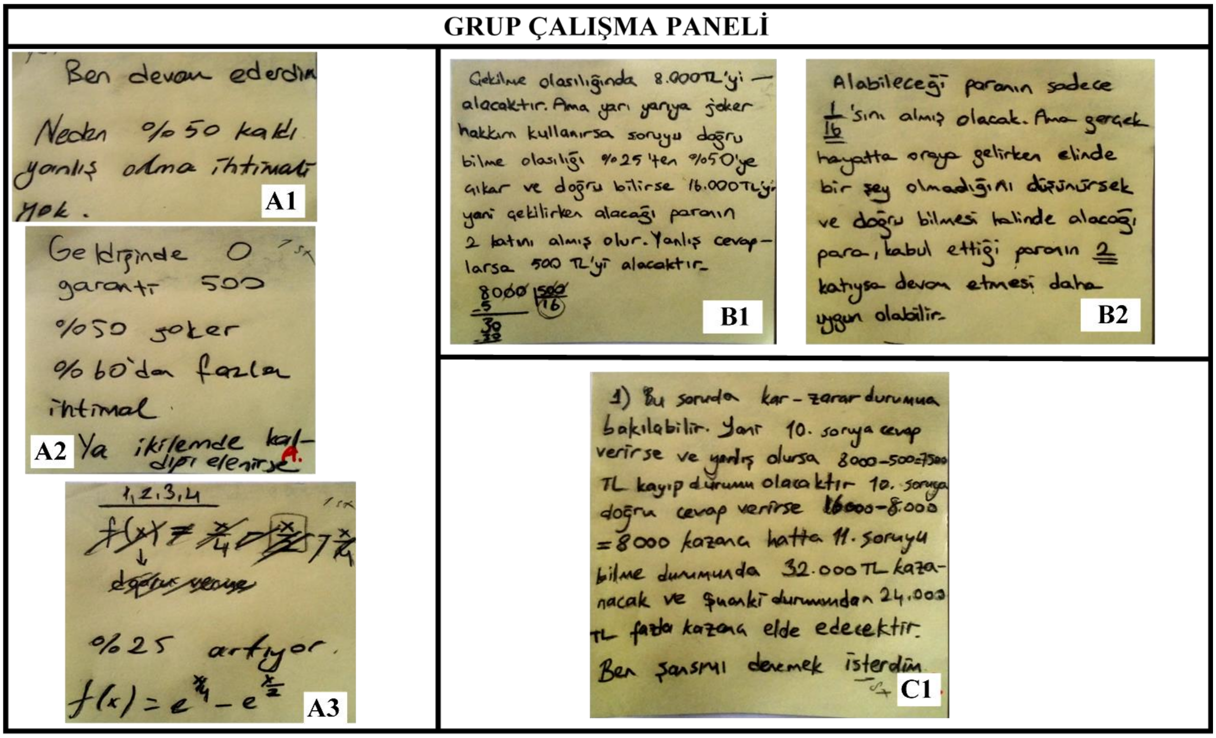
Tablo 2
Yüksek lisansa devam eden öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları

Çözüm yaklaşımlarının değiştiği anlar	Çözüm Yaklaşımları
T1	I1: Yarışmaya devam etme kararı [A, B, C]
T2*	I1: Yarışmaya devam etme kararı [B, C]
	I2: Olasılık ve fonksiyonlar yardımıyla bir model oluşturma kararı [A]
T3	I1: Yarışmaya devam etme kararı [A, B, C]
T4	ND: Kararsızlık süreci [A, B, C]
T5	I3: Olasılık hesabına dayandırılan bir tablo yapma kararı [A, B, C]
T6	I4: Oluşturulan modelin geçerli olmadığı kararı [A, B, C]
T7*	ND: Kararsızlık süreci [C]
	I2: Olasılık ve fonksiyonlar yardımıyla bir model oluşturma kararı [A]

	I3: Olasılık hesabına dayandırılan bir tablo yapma kararı [B]
T8	I2: Olasılık ve fonksiyonlar yardımıyla bir model oluşturma kararı
T9	I4: Oluşturulan modelin geçerli olmadığı kararı [A, B, C]
T10	I5: Fonksiyonlar yardımıyla oluşturulan grup modeline bağlı olarak yarışmaya devam etme kararı [A, B, C]

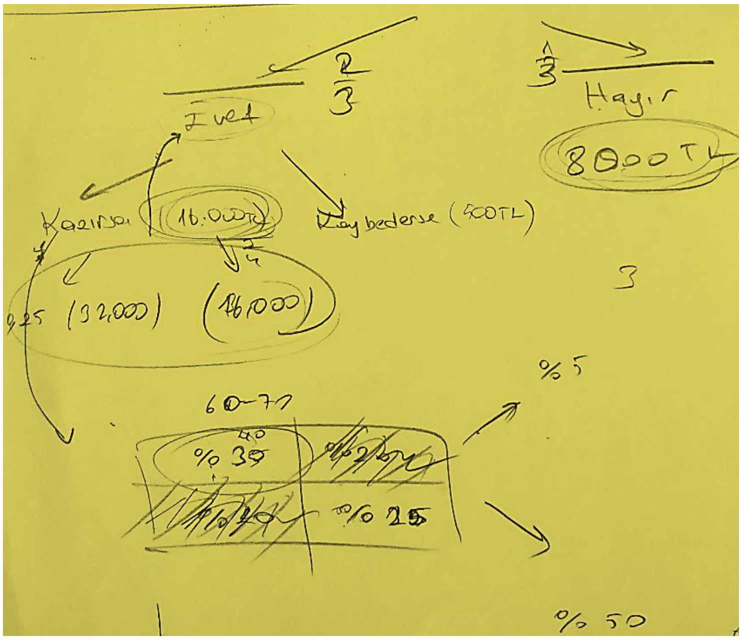
*Öğretmen adaylarının fikir ayrılığı yaşadığı anlar

Tablo 2'de de görüldüğü üzere, öğretmen adayları olasılık hesapları, tablo ve fonksiyonlar yardımıyla modeller geliştirmiş, bu modelleri test ederek bir kısmının geçerli olmadığını fark etmiş ve modellerini revize etmişlerdir. Grup modeli olarak ise, tanımladıkları bir fonksiyon (bkz. Şekil 4; A3) ile yaptıkları hesaplamalar sonucunda yarışmaya devam etme kararı almışlardır. Öğretmen adaylarının T1 anındaki ilk yaklaşımları yarışmaya devam etmek olsa da bunun sezgisel olduğunu söylemek mümkündür. Çünkü bu kararı matematiksel olarak gerekçelendirememişlerdir. Fikir ayrılığının ilk olarak ortaya çıktığı T2 anı da, tam da bu bağlamda oluşmuştur. A öğretmen adayı, "sezgisel olarak karar vermenin yeterli olmayacağını" düşünerek olasılık hesabına dayanan bir çözüm yaklaşımı (bkz. Şekil 4; A2) sunmuş olsa da bu fikri diğer öğretmen adaylarını ikna edecek ölçüde destekleyememiş ve bunun üzerine ortak karara geri dönmüştür. A, B ve C öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları, Şekil 5' te ortaya çıkma sırasına göre numaralandırılarak sunulmuştur.



Şekil 5. Yüksek lisansa devam eden öğretmen adaylarının bireysel modellerinin izlendiği çalışma paneli

Öğretmen adaylarının bu süreçte en çok zorlandıkları kısım, yaklaşımlarını matematiksel olarak destekleyememek ve bu nedenle modellerinin sezgisel düzeyde kalmasıdır ki, bu durum T5 anına kadar sürmüştür. İlk matematiksel destek olarak Şekil 6'teki olasılık tablosunu oluşturmayı deneyen öğretmen adayları modellerinin genellenebilir olmadığını düşünerek oluşturdukları modelin geçerli olmadığına karar vermiştir. Bu karar sürecini etkileyen başlıca faktörün modelleme dersinde edindikleri "matematiksel modelin benzer durumlar için de genellenebilir özelliğinin olması" bilgisidir. Grup olarak geliştirdikleri ilk matematiksel yaklaşımın geçerliğinin zayıf olduğunu düşünmeleri ise onları T7 anındaki fikir ayrılığına getirmiştir.



Şekil 6. A öğretmen adayın geliştirdiği olasılık tablosu

T7 anında, A öğretmen adayı yarışmacının devam etmesi gerektiğini öne sürerek bunu destekleyecek matematiksel bir fonksiyon oluşturmayı denerken, B öğretmen adayı olasılık tablosu fikrini geliştirmeye çalışmış, C öğretmen adayı ise kararsız kaldığını ifade etmiştir. A öğretmen adayının yaklaşımında ısrarcı olması ve bu süreçte "fonksiyon", "örneklem uzayı", "olasılık" gibi matematiksel kavramları kullanarak grup arkadaşlarına matematiksel açıklamalarda bulunması, grup olarak olasılık ve fonksiyon hesabına dayalı bir matematiksel model oluşturabilecekleri fikrinin oluşmasında etkili olmuştur (T8). Bundan sonraki süreç ise, yarışmacının risk alma ihtimali ve önündeki soru sayısı gibi etmenlere bağlı bir fonksiyona dayanan matematiksel modelin (bkz. Şekil 7) grupça geliştirilmesi, test edilmesi ve revize edilmesi aşamalarını içermektedir.

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x_{n+1}-x_n-49}\right)\frac{x_n}{n}$$

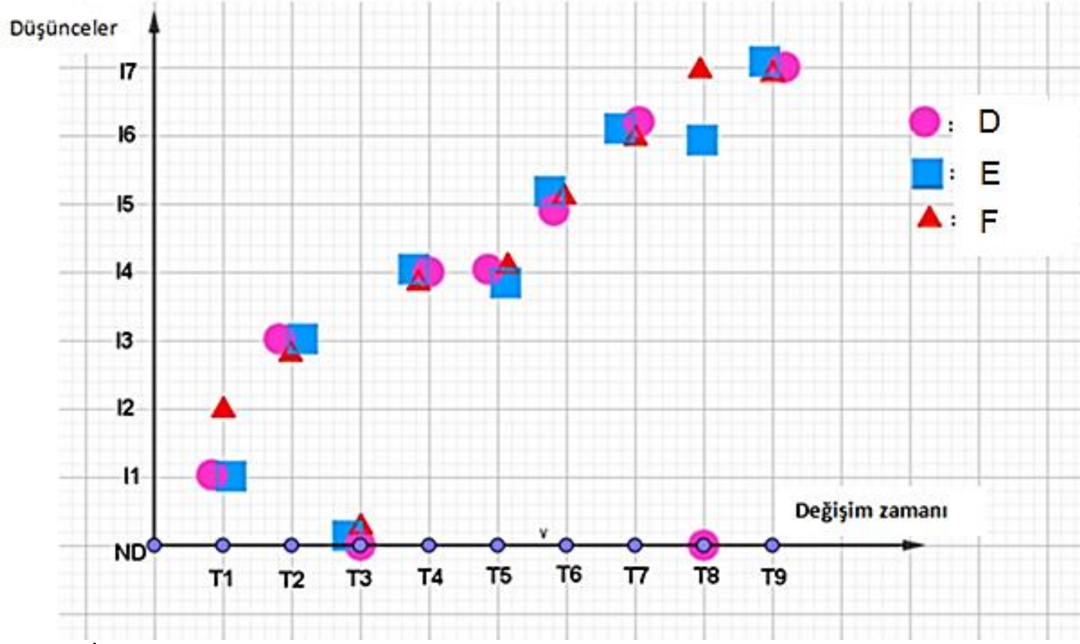
x_n: Yarışmacının soru hakkındaki bilgisi
n: Yarışmacının bulunduğu soru

Şekil 7. Yüksek lisansa devam eden öğretmen adaylarının grup modeli

Öğretmen adaylarından olasılık tablosunun daha etkili ve açıklayıcı olacağını düşünenler olsa da düşüncelerine olan güvensizlikleri ve düşüncelerini matematiksel olarak açıklayamamaları ve destekleyememeleri nedeniyle bu fikir grup modelinin belirlenmesinde etkisiz kalmıştır. Buna karşın, fonksiyon yazmayı öne süren öğretmen adayının fikrine olan inancı, matematiksel kavramlar kullanması ve süreç boyunca fikrinde kararlı olması ise bu yaklaşımın grup modeli olarak benimsenmesinde etkili olduğu gözlenmiştir.

4.2. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Son Sınıf Öğretmen Adayları

İlköğretim matematik öğretmenliği programı son sınıf öğretmen adayları çalışmalarına fikir ayrılığı ile başlasa da sonraki aşamalarda yaklaşımlarının ortaklaştığı görülmüştür (bkz. Şekil 8).



Şekil 8. İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının bireysel model değişimi ve grup dinamiği grafiği

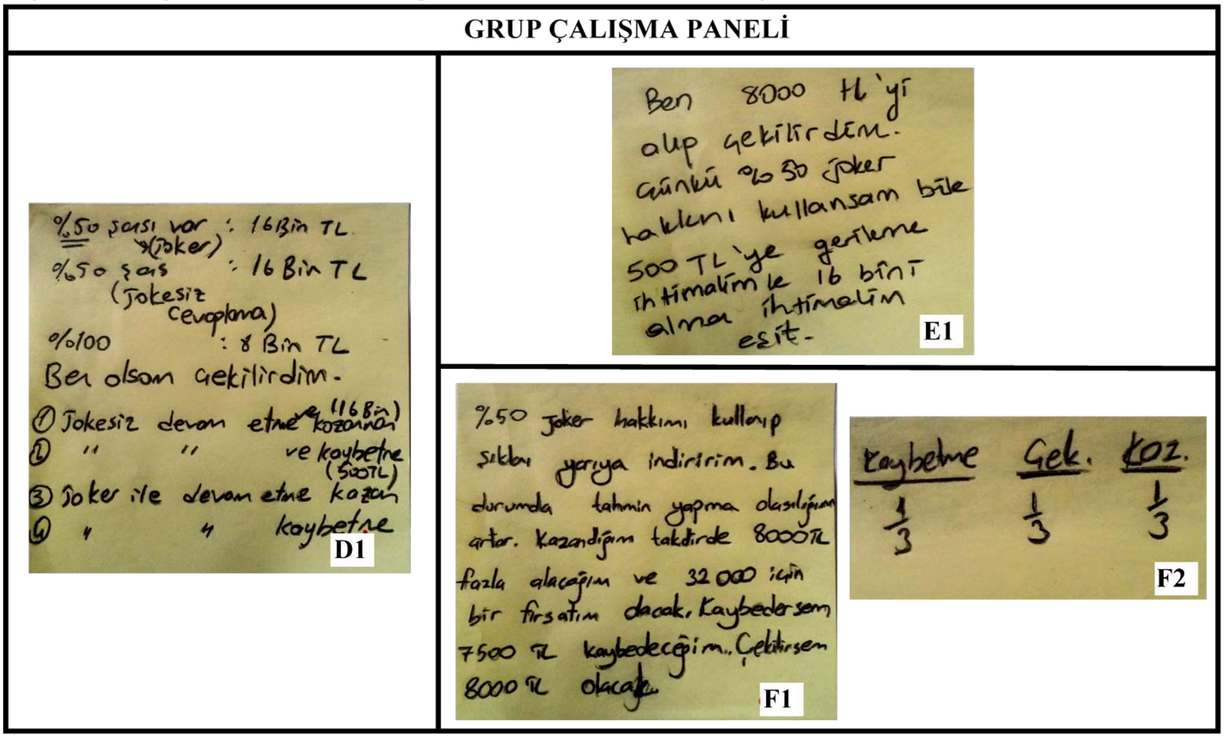
Bu grubun, ortaklaştığı çözüm yaklaşımları aşağıda Tablo 3'de sunulmuştur. Görüldüğü üzere, öğretmen adayları problem çözme sürecine farklı görüşlerle başlamıştır. T1 anında öğretmen adayları matematiksel hesaplamalar yapmaksızın, bireysel incelemelerine dayandırarak oluşturdukları sezgisel modellerini grup üyeleri ile paylaşmışlardır. Öğretmen adaylardan ikisi (D ve E) yarışmacının yarışmadan çekilmesi fikrini desteklerken, üçüncüsü (F) yarışmacının devam etmesi gerektiğini belirtmiştir. Her ne kadar öğretmen adaylarından ikisi yarışmadan çekilme kararında olsa da, F öğretmen adayı tarafından matematiksel hesaplamalar ile desteklenen "joker kullanarak devam etme" yaklaşımı (T2) grupça sürdürülmek üzere seçilmiştir.

Tablo 3
İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları

Çözüm yaklaşımlarının değiştiği anlar	**Çözüm Yaklaşımları**
T1*	I1: Yarışmacının yarışmadan çekilmesi kararı [D, E]
	I2: Yarışmacının devam etmesi kararı [F]
T2	I3: Joker kullanarak yarışmaya devam etme kararı [D, E, F]
T3	ND: Kararsızlık süreci [D, E, F]
T4	I4: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma kararı [D, E, F]
T5	I4: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma kararının test edilme süreci [D, E, F]
T6	I5: Kesinlikle joker kullanma kararı [D, E, F]
T7	I6: Joker kullanarak yarışmadan çekilme kararı [D, E, F]
T8*	ND: Kararsızlık süreci [D]
	I6: Joker kullanarak yarışmadan çekilme kararı [E]
	I7: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı modeline bağlı olarak devam etme kararı [F]
T9	I7: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı modeline bağlı olarak devam etme kararı [D, E, F]

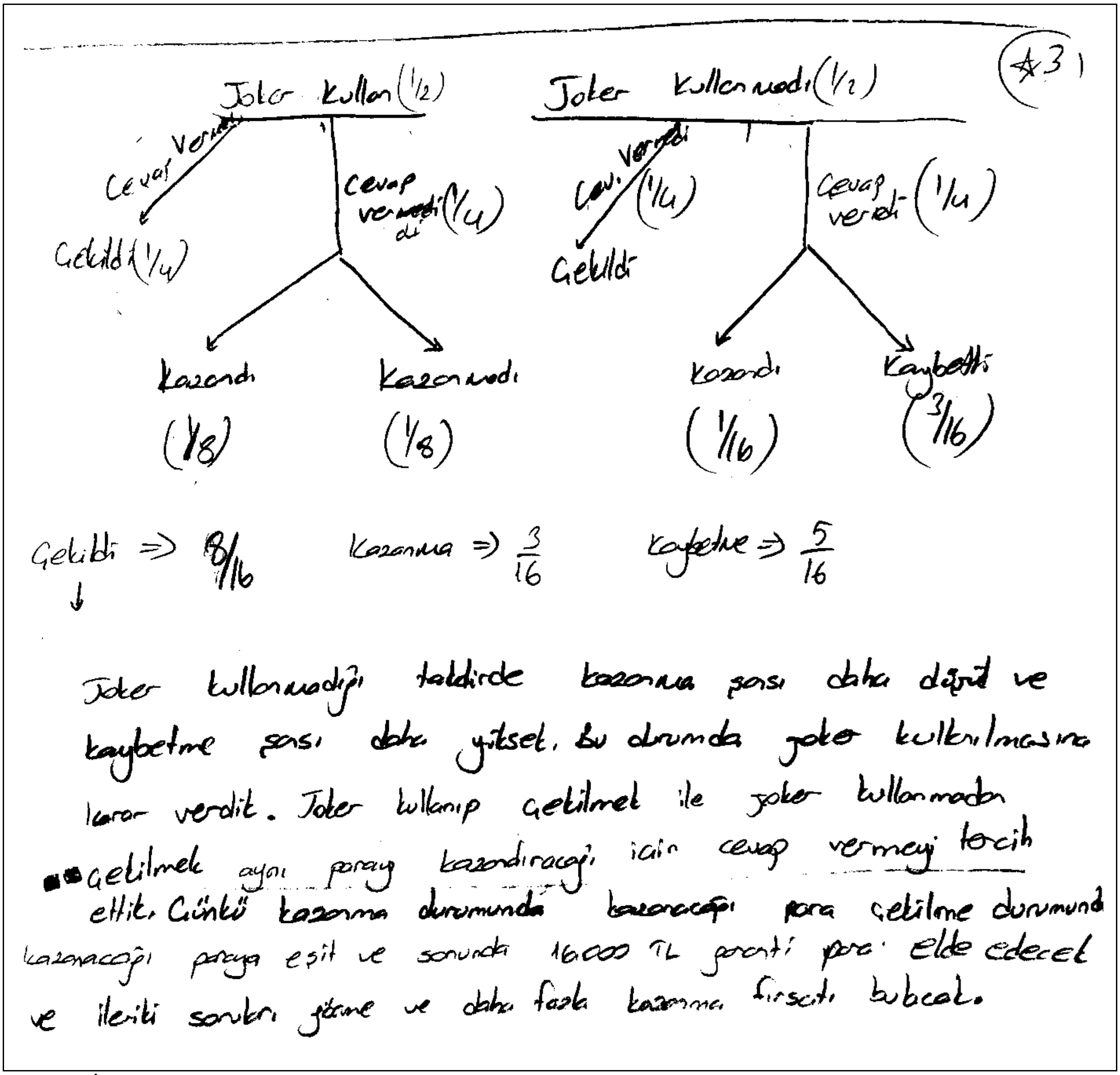
* Öğretmen adaylarının fikir ayrılığı yaşadığı anlar

T2 anından sonra "olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma" fikri hem akla yatkın hem de matematiksel destek oluşturacağı göz önüne alınarak joker kullanma/kullanmama durumlarını test etmek amacıyla kullanılmıştır. Bunun üzerine, joker kullanılarak seçeneklerin yarıya indirilmesinin yerinde bir karar olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen adayları, her ne kadar "joker kullanarak yarışmadan çekilmeyi" kısa bir süre (T7) gündemlerine alsa da bu fikir için yeterli matematiksel destek üretemedikleri gözlenmiştir. Tüm ihtimallerin her bir öğretmen adayı tarafından değerlendirildiği, Şekil 9'deki çalışma paneli üzerindeki notlarında da görülmektedir.



Şekil 9. İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının bireysel modellerinin izlendiği çalışma paneli

Fikir ayrılığının gözlendiği T8 anında bir öğretmen adayı kararsız olduğunu belirtirken, diğer iki öğretmen adayı olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yaklaşımına farklı ancak birbirini destekleyici açıklamalar üreterek grup modelini (bkz. Şekil 10) oluşturmuşlardır.

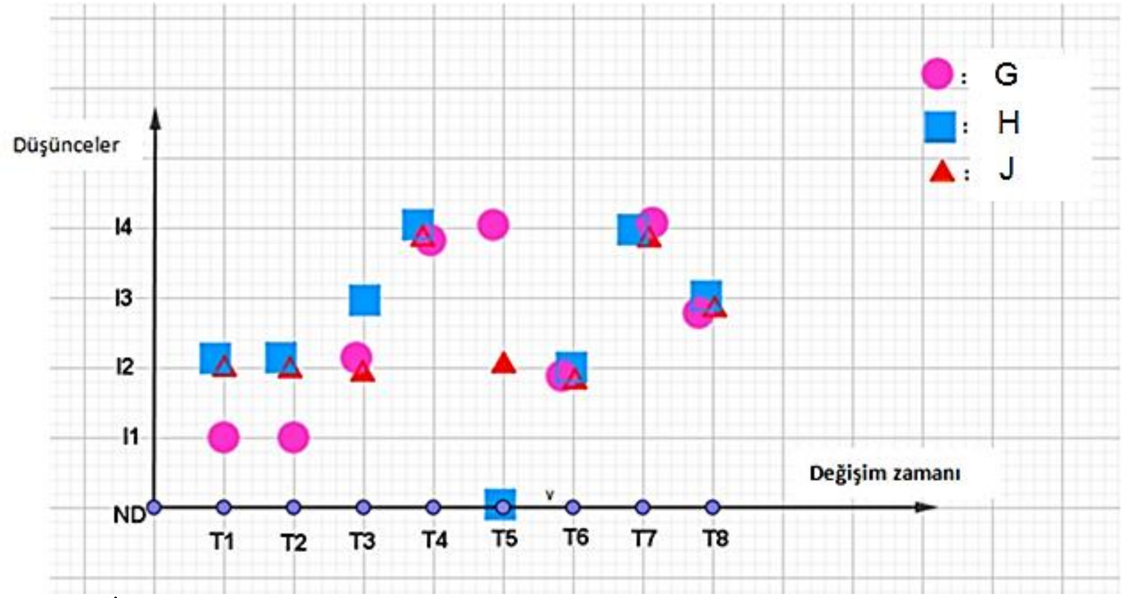


Şekil 10. İlköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının grup modeli

Sürecin başında iki öğretmen adayı tarafından öne sürülen dolayısıyla da baskın olan fikir, yarışmacının çekilmesi yönünde olsa da grup modelinde yarışmacının devam etmesi gerektiği fikrinin benimsenmesi dikkat çekici bir bulgu olarak ortaya çıkmaktadır.

4.3. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Üçüncü Sınıf Öğretmen Adayları

Bu gruptaki öğretmen adaylarının diğer gruplara oranla daha çok fikir ayrılığında olduğu gözlenmiştir (bkz. Şekil 11).



Şekil 11. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarının bireysel model değişimi ve grup dinamiği grafiği

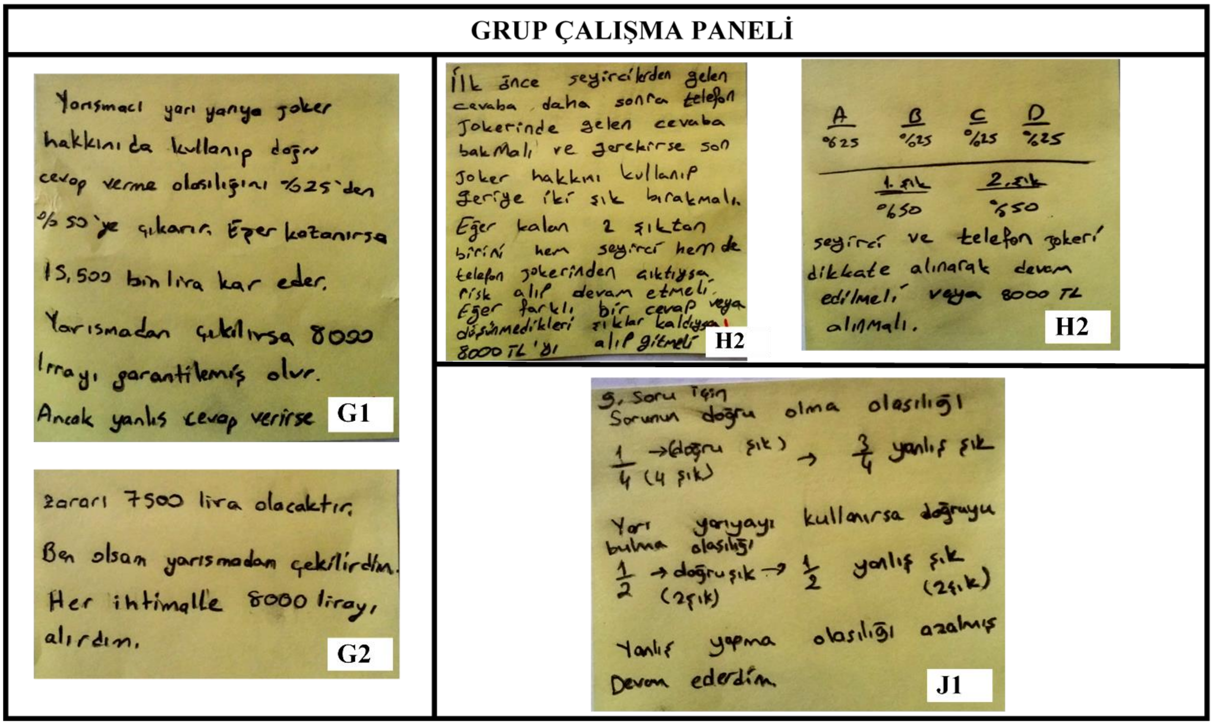
T1 anında öğretmen adaylarından ikisi sezgisel olarak yarışmacının devam etmesi fikrini, G öğretmen adayı ise yarışmadan çekilmesi gerektiği fikrini dile getirmiş ve bir süre bu fikrinde ısrarcı olmuştur (T2). Bu sırada H öğretmen adayının, yarışmacının devam etmesi durumunda kazanabileceği geliri hesapladığı çözüm yolu, öğretmen adaylarının olasılık hesabına dayanan ağaç diyagramı oluşturma yaklaşımında hemfikir olmalarını sağlamıştır (bkz. Tablo 4; T4).

Tablo 4
İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarının çözüm yaklaşımları

Çözüm yaklaşımlarının değiştiği anlar	Ortak Çözüm Yaklaşımları
T1*	I1: Yarışmacının çekilmesi kararı [G]
	I2: Yarışmacının devam etmesi kararı [H, J]
T2*	I1:Yarışmacının çekilmesi kararı [G]
	I2: Yarışmacının devam etmesi kararı [H, J]
T3*	I2: Yarışmacının devam etmesi kararı [G, J]
	I3: Muhtemel gelir hesabına dayalı model ile devam etme kararı [H]
T4	I4: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma kararı [G, H, J]
T5*	ND: Kararsızlık süreci [H]
	I2: Yarışmacının devam etmesi kararı [J]
	I4: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma kararı [G]
T6	I2: Yarışmacının devam etmesi [G, H, J]
T7	I4: Olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramı yapma kararı [G, H, J]
T8	I3: Muhtemel gelir hesabına dayalı model ile devam etme kararı [G, H, J]

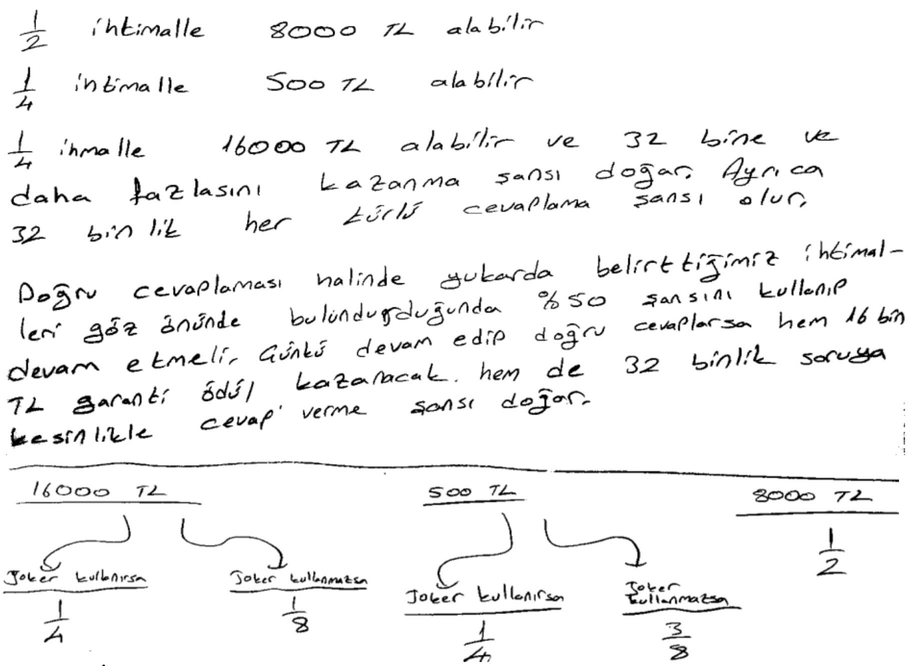
* Öğretmen adaylarının fikir ayrılığı yaşadığı anlar

Oluşturmayı denedikleri olasılık hesabına dayalı ağaç diyagramında sözel ifadelerin daha yoğun olması ve matematiksel hesapların arka planda kalması, öğretmen adaylarına modellerinin yetersiz olduğunu düşündürmüştür. Bu sebeple T5 anında fikir ayrılığı yaşanmıştır. H öğretmen adayı kararsız kalırken, Şekil 12'deki çalışma panelinde de göründüğü üzere, G öğretmen adayı çekilme, J öğretmen adayı ise yanlış cevaplama ihtimali azaldığından devam etme kararını belirtmiştir.



Şekil 12. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarının bireysel modellerinin izlendiği çalışma paneli

T6 sürecinde tüm adaylar yarışmacının devam etmesi gerektiğini farklı sebepler ile desteklemişlerdir. G bireyi yarışmacının kar-zarar durumunu düşünerek devam etmesi gerektiğini söylerken, H bireyi joker kullanarak doğru cevap verme olasılığının artacağını düşünerek devam etmesi gerektiğini desteklemiştir (bkz. Şekil 12). Bundan sonraki süreçte joker kullanma/kullanmama durumları grupça değerlendirilerek grup modeli revize edilmiştir. Sürecin sonunda yarışmacının joker kullanarak devam etmesi durumunda elde edeceği muhtemel kazancı temel aldıkları model (bkz. Şekil 13) ile yarışmacının devam etmesi gerektiği desteklenmiştir.



Şekil 13. İlköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğretmen adaylarının grup modeli

Yukarıdaki grup modelinde de görüldüğü gibi, en doğru kararı verebilmek için olası durumların değerlendirilmesi gerekliliği anlaşılmış ve devam etme kararı matematiksel olarak gerekçelendirmiştir.

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada, öğrenimlerinin farklı seviyelerinde olan matematik öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde ekip çalışması ile geliştirdikleri grup modelleri ile her bir öğretmen adayının geliştirdiği bireysel modellerin izlenmesi için bir çalışma paneli geliştirilmiştir. Bu panel ve kullanım yönergeleri yardımıyla modelleme etkinliklerinde grup gelişiminin yanı sıra bireysel gelişmelerin de izlenebilmesi mümkün olmuştur. Bu kısımda bulgularımızın, çalışmanın araştırma soruları çerçevesinde sunduğu sonuçlar ve bu sonuçların alan yazına olan katkısı tartışılmaktadır.

Modelleme etkinliklerinde öğretmen adaylarının geliştirdiği grup modeli ile bireysel modeller arasındaki ilişki nasıldır?

Gruplardaki her bir öğretmen adayının kayıt altına alarak çalışma paneli üzerine yerleştirdiği bireysel çözüm yaklaşımları, öğretmen adaylarının zaman zaman grup modelinden farklı modeller geliştirdiklerini göstermiştir. Örneğin, ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı üçüncü sınıfında olan öğretmen adaylarının grubunda, özellikle G öğretmen adayının bireysel modeli yarışmacının yarışmadan çekilmesi yönündeyken, bu grubun modeli yarışmacının joker kullanarak yarışmaya devam etmesi yönünde olmuştur. Benzer bir durum, ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğretmen adaylarının grubunda da gözlenmiştir. Yüksek lisans eğitimine devam eden öğretmen adaylarının grubunda ise hangi modelin daha genellenebilir olduğu tartışması ön plana çıkarak, bireysel modellerden en geçerli olanı grup modeli olarak geliştirilmiştir. Bu bulgu da, modellerin uygunluk, akla yatkınlık, genellenebilirlik, geçerlilik konularında grup üyeleri arasında fikir ayrılıklarının olabildiğini ve bu farklılıkların bireysel izleme sistemi olmaksızın grubun son ürünü olan grup modelinde her zaman belirgin bir şekilde görünemeyebileceğini göstermektedir. Grup üyeleri arasında fikir ayrılıklarının olması ve uzlaşmak için tartışmaları ekip çalışmasının genel özelliği olarak görünse de, bu deneyim 21. yüzyıl becerilerinden eleştirel düşünme, problem çözme, karar verme, iletişim ve işbirliği becerilerinin geliştirilmesi açısından önem taşımaktadır (Binkley vd., 2012).

Grup modellerinin geliştirilebilmesi için, farklı çözüm yaklaşımlarının geliştirilmesi, sunulması ve tartışılması (*divergent thinking*) modelleme etkinliklerinde beklenen hem bilişsel hem de sosyal bir süreçtir (Lesh & Fennewald, 2010; Lesh & Yoon, 2007). Grup modelinin gelişme süreci, bu çözüm yaklaşımlarından öne çıkan bir yaklaşımın geliştirilmesi ya da bu yaklaşımların harmanlanmasından doğan yeni bir fikrin geliştirilmesi (*convergent thinking*) şeklinde devam etmektedir (Lesh & Fennewald, 2010; Lesh & Yoon, 2007). Dolayısıyla, grup modelinin bireysel modellerin izlerini taşıması modelleme sürecinde beklenen bir durumdur. Bu çalışmada, öğretmen adayları farklı bireysel yaklaşımlar geliştirmiş ve bu yaklaşımlardan matematiksel olarak güçlü desteği bulan yaklaşım grupça geliştirilmek üzere seçilmiştir. Her üç öğretmen adayı grubunda da, bireysel modellerin harmanlanmasıyla bu modellerden bağımsız ve yeni bir yaklaşımın geliştirilmesi durumu gözlenmemiştir. Bunun nedenlerinden birisi, problemin içeriğinin ve bağlamının buna elverişli olmaması olabilir. Diğer bir neden ise, öğretmen adaylarının grup modeli geliştirme sürecinde ya da genel olarak işbirlikçi öğrenme ortamlarında, öne sürülen fikirlerden birisinin seçilerek geliştirilmesi davranışını benimsemiş olabileceğidir.

Bireysel modeller ile grup modeli arasında farklılıkların olabileceği Doerr ve Ärlebäck'in (2015) de çalışmalarında vurguladıkları bir bulgudur. Araştırmacılar aynı zamanda bireysel farklılıkların belirlenmesinin oldukça zor olduğunu belirtmektedirler. Bu bağlamda, bu çalışmada kullanılan çalışma panelinin bireysel farklılıkların belirlenmesi ve izlenebilmesi için bu konuda çalışan modelleme araştırmacılarına katkı sağlaması beklenmektedir.

Geliştirilen model izleme sisteminin, modelleme etkinliklerinde hem grup hem de bireysel modelleri belirlemekteki rolü nedir?

Geliştirilen izleme sistemi, çalışma paneli ve bu panelin kullanım yönergesinden oluşmaktadır. Bu sistem, öğretmen adaylarına a) bireysel fikirlerini unutmadan kayıt altına alma, b) fikirlerindeki değişimi takip edebilme ve c) grup modeline katılımlarını görünür kılma olanakları sağlamıştır. Özellikle, her öğretmen adayının katılımının hem kendileri hem de diğer grup üyeleri tarafından çalışma panelinde görünmesi, kişilerin gruptaki rollerinin ve etkilerinin farkında olmalarını sağlamak açısından önemli görünmektedir. Bunun yanı sıra, kişilerin fikirlerini takip edebilmeleri ve geliştiğini görmeleri, onları grup çalışmasının ilerleyen zamanlarında fikirlerini daha kararlı savunmaya teşvik etmiştir. Bu anlamda, izleme sisteminin kişilerin işbirlikçi çalışma ortamındaki özgüvenlerine olumlu katkılar sağladığı söylenebilir.

Geliştirilen izleme sistemi, video kaydı gibi yalnızca veri toplamaya hizmet etmemektedir. Fikirlerin yazılı hale getirilmesi grup üyelerinin bireysel modellerinin farkındalığını sağlaması, bireysel fikirlerin unutulmamasını ve grup modelinde değerlendirilmesini sağlaması ve modelleme sürecinin anlık takibi model gelişimine katkı sağlamaktadır. Bu izleme sistemi sayesinde, yalnızca öğretmen adayları değil araştırmacılar da bireysel modellerin değişimini ve gelişimini takip etme ve kayıt altına alma fırsatı bulmuştur. Bu şekilde, hangi fikrin ne gibi nedenlerle grup modelinde dikkate alındığı (ör., matematiksel desteği güçlü olduğu için) ya da neden grup modeli için düşünülmediği (ör., yeterince genellenebilir olmaması) belirlenerek bulgular kısmında paylaşılmıştır. Bu anlamda, bireysel ve grup modeli izleme sistemi sadece bireysel modellerin belirlenmesinde değil, aynı zamanda grup modelinin oluşum sürecini gözlemede de etkin rol oynamıştır.

Doerr ve Ärlebäck (2015), çalışmalarında "akıl birliğinin" yansımalarının hem grup modelinde hem de bireysel modellerde görülebileceğini öne sürmüştür ancak bu yansımanın nasıl belirlenebileceği konusunda çalışmalarında bir öneriye rastlanmamıştır. Bireysel ve grup modeli izleme sistemi ile bu çalışma, Doerr ve Ärlebäck (2015)'in iddiasını inceleyebilmek için bir yöntem sunmuştur. Bu bağlamda, modelleme araştırmacılarına grup çalışmalarındaki bireysel katkıların ortaya çıkarılabileceği bir yöntem sunulmaktadır.

21. yy becerilerinden birisi olan ekip çalışması ve ortak bir ürün geliştirme sürecinde oluşturulan ürüne bireylerin katkısının izlenmesinin önemine değinilmektedir (Binkley vd., 2012). Özellikle 21. yy becerilerin değerlendirilmesi kapsamında yürütülen çerçeve araştırmaları da işbirlikçi çalışma sürecindeki hem grup hem de birey değerlendirmesinin önemini aynı zamanda da zorluğunu vurgulamaktadır (Griffin, McGraw, & Care, 2012). Bireysel ve grup modellerini izleme sistemi, modelleme etkinlikleri gibi ekip çalışması gerektiren durumlardaki bireysel süreçlerin izlenmesi ve değerlendirmesine olanak sağladığından hem öğretmenler hem de araştırmacılar tarafından kullanılabilecek bir araç olarak görülebilir. Bu bağlamda, işbirlikçi çalışma becerileri alanında çalışan araştırmacılar tarafından a) kişilerin ortak fikir geliştirmede, b) fikir ayrılıklarını olağan karşılama ve farklı fikirlere saygı duyma gibi normların geliştirilmesinde, c) grup dinamiğinin grubun her üyesinin katılımı ile sağlandığı anlayışının gelişmesinde ve d) daha iyi ürünlerin çıkarılabilmesinin her bir üyenin katılımı ile gerçekleşebileceği inancının yerleşmesinde bu izleme sisteminin rolünün incelenmesi önerilmektedir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının ekip çalışmasında kullanılan izleme sisteminin, ortaokul ve lise öğrencilerinin ekip çalışmalarında test edilerek yaş grubuna göre gerekli revizyonlarının yapılması da gelecekte yapılması planlanan çalışmalar arasında almaktadır. Örneklemden kaynaklanan sınırlılığa ek olarak bu çalışmanın sınırlılıklarından birisi de, kullanılan modelleme etkinliğidir. Model izleme sisteminin farklı modelleme etkinliklerinde farklı sınıf seviyelerinde kullanılarak test edilmesi önerilmektedir.

Kaynakça

Ananiadou, K. & Claro, M. (2009). 21st century skills and competences for new millennium learners in OECD countries, *OECD Education Working Papers, No. 41,* OECD.

Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M., & Rumble, M. (2012). Defining twenty-first century skills. In P. Griffin, B. McGraw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (ss. 17-66). Springer: Dordrecht.

Chamberlin, S. A. & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, *17*(1), 37-47.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among education (6th ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Doerr, H. & Ärlebäck, J. B. (2015). Fostering students' independence in modelling activities. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (ss. 855-861), Prague, Czech Republic.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(3), 303-323.

English, L. D. & Watters, J. J. (2005). Mathematical modeling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, *16(3*), 58-79.

English, L. D. (2002). Development of 10-year-olds' mathematical modeling. In A. Cock-burn and E. Nardi (eds.), *Proceedings of the 26th International PME Conference* (ss. 329–336). University of East Anglia, Norwich.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., & Şahin, Z. (2016). Kim 500 Milyar İster?. *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları* (ss. 21-22). Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.

Ferri, R. B. & Lesh, R. (2013). Should interpretation systems be considered to be models if they only function implicitly?. In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (ss. 57-66). Springer: Dordrecht.

Gainsburg, J. (2006). The mathematical modeling of structural engineers. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(1), 3–36.

Gee, J. P. (1997). Thinking, learning, and reading: The situated socicultural mind. In D. Kirshner & J. A. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (ss. 235-259). Mahwah, NJ: Lawrance Erlbaum Associates, Inc.

Griffin, P., McGaw, B., & Care, E. (2012). *Assessment and teaching of 21st century skills*. Springer: Dordrecht.

Harel, G. & Lesh, R. (2003). Local conceptual development of proof schemes in a cooperative learning setting. In R. Lesh, and H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 3–33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (ss. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. Lesh, R. & Doerr, H. M. (Eds.), *Beyond Constructivism Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. & Fennewald, T. (2010). Modeling: What is it? Why do it. Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies* (ss.5-15). Boston, MA: Springer US.

Lesh, R. & Harel, G. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 157-189.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought- revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (ss. 113-149). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 109-129.

Lesh R. & Yoon C. (2007) What is Distinctive in (Our Views about) Models & Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching?. In: Blum W., Galbraith P.L., Henn HW., Niss M. (Eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education. New ICMI Study Series, vol 10*. Springer, Boston, MA.

Moore, T. J. (2008). Model-eliciting activities: A case-based approach for getting students interested in material science and engineering. *Journal of Materials Education*, *30*(5-6), 295-310.

Quinn, R. J. (2003). Exploring the probabilities of 'Who Wants to be a Millionaire?' *Teaching Statistics*, *25*(3), 81-84.

Üniversite Ders Kataloğu. (2017). *2015-2017 Üniversite Ders Kataloğu.* Ankara.

Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, *1*(9), 22-40.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. Baskı). An-kara: Seçkin Yayıncılık.

Zawojewski, J., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving; learning and teaching* (ss. 337–358). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.