



$\mathbb{R}^n$ Uzayındaki Temel Topolojik Kavramların Öğretiminde Geogebra Kullanımının Etkisi

The Effect of the Use of Geogebra in the Teaching of Basic Topological Concepts in $\mathbb{R}^n$ Space

İlknur İshak Çirişoğlu^a, Ahmet Kaçar^{b*}

^aGeneral Directorate of State Hydraulic Works, Kastamonu, Turkey

^bKastamonu University, Kastamonu, Turkey

Öz

Bu çalışmada, $\mathbb{R}^n$ uzayındaki temel topolojik kavramların bilgisayar destekli öğretiminde GeoGebra kullanılması etkisinin incelenmesi üzerine bir araştırma yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, Kastamonu Üniversitesi'nin 2015-2016 eğitim-öğretim yılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 2.sınıfına kayıtlı 40 öğrenci ile ön test – son test kontrol gruplu deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Araştırma sürecinde sunuş yöntemi kullanılan öğretim yöntemi ile GeoGebra destekli öğretim eş zamanlı olarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen nicel veriler uygun parametrik istatistik testleri ile analiz edilmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara göre, uygulama öncesi başarıları denk olan deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının, uygulama sonrasında yapılan son test başarı puanları arasında anlamlı bir farklılığın olmadığı gözlemlenmiştir..

Anahtar Kelimeler: GeoGebra, matematik eğitimi, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, temel topolojik kavramlar.

Abstract

In this study, the effects of using GeoGebra on computer-aided instruction of the basic topological concepts in $\mathbb{R}^n$ were investigated. For this purpose, an experimental study was conducted with 40 students enrolled in the Secondary School of Mathematics Education in Kastamonu University in 2015-2016 academic year with pre-test and post-test control group. Simultaneously, the teaching method where expository teaching instruction is used and GeoGebra assisted instruction were conducted in both groups. The quantitative data were analyzed by appropriate parametric statistical tests. According to the findings obtained in the study, it was observed that there was no significant difference between the teacher candidates in the experimental and control groups, who were found to have success before the application, after the application..

Keywords: GeoGebra, mathematics education, elementary mathematics teacher candidates, basic topological concepts.

© 2019 Başkent University Press, Başkent University Journal of Education. All rights reserved.

Giriş

Matematiğin bir dalı olarak topoloji, geometrinin genişletilmiş bir çalışma alanı ve belirli özelliklere sahip bir küme ailesi olarak tanımlanmaktadır (Porter, 2009). Ancak topolojinin, genel topoloji, geometrik topoloji, cebirsel topoloji, diferansiyel topoloji, kombinatorik topoloji, dijital topoloji, network topoloji, metrotopoloji ve hesaplama topoloji gibi türleri vardır (Karaca, 2013). Topoloji, matematiksel özellikleri içinde yer alan kümelerle genelleştirilmesini sağlayarak onlara genel bir bakış açısıyla bakılmasını sağlayan bir daldır. Matematiğin tüm konularını derinlemesine incelemek için topolojinin anlaşılması önemlidir (Narlı, 2010). Topolojinin temel kavramları arasında açık ve kapalı kümeler, iç, dış ve kenar noktaları, yığılma noktaları ve kaplama (kapatma) kavramları en önde gelmektedir (Karaçay, 2009). Bu

*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Ahmet Kaçar, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Kastamonu University, Kastamonu, Turkey. E-mail Address: akacar37@gmail.com ORCID ID: 0000-0000-0000-0000.

^bİlknur İshak Çirişoğlu, General Directorate of State Hydraulic Works, 23rd District, Kastamonu, Turkey. E-mail Address: ilknurishakc@gmail.com. ORCID ID: 0000-0000-0000-0000.

Received Date: February 12th, 2018. Acceptance Date: July 25th, 2019.

kavramlar genel olarak üniversitelerin fen fakültelerine bağlı matematik anabilim dallarında öğretilmektedir. Ancak bunun yanı sıra eğitim fakültelerinin matematik eğitimi anabilim dallarında verilen analiz dersleri kapsamında da bu konulara değinilmektedir. Bununla birlikte matematik ve geometri eğitiminin genel amaçları ve kazandırdığı beceriler incelendiğinde topolojinin öğrencilere kazandırması beklenen becerilerle örtüşecek şekilde ortaöğretim seviyesine indirgenebileceği düşünülmektedir (Karaaslan, 2013). Narlı (2010) öğrencilerin derste topolojiyi anlayıp anlamadıklarına dair yaptığı bir vaka araştırmasında, öğrencilerin konuyu tam olarak anlamadıklarını ortaya koymuştur. Bu durumun yanlış anlaşılmalardan, konu içerisindeki soyut kavramların ve farklı matematik notasyonların fazlalığından kaynaklandığını savunmaktadır. Porter'ın (2009) topolojiyi tanıtmak, öğrencilerin topoloji hakkındaki sorularına cevap bulmaları ve bu konudaki kavramları anlamlı ve ayrıntılı bir şekilde öğrenebilmeleri için yaptığı çalışmasında topolojinin tarihçesini, metrik uzaylar ve bunların topolojiye uygulanmasını, sonlu kümeler ve diğer kümeleri içeren genel topolojiyi incelemiştir. Çetin, Dane ve Bekdemir (2012) Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Programı ile Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim gören öğrenciler ile gerçekleştirdikleri ve temel topolojik kavramlardan olan yığılma noktası üzerinde durdukları çalışmada, öğrencilerin yığılma noktasının tanımında ve tanımın içerdiği kavramların kullanımında bir takım zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuşlardır. Delice ve Karaaslan (2016) topolojinin ilkökul, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasını araştırdıkları çalışmalarında topolojinin ilkökul, ortaokul ve lise matematik öğretim programlarında yer alabilmesi durumunu ve programlara konulması hususlarını tartışmışlardır.

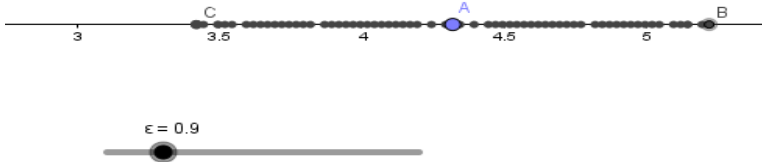
Bu çalışmada açık yuvar, açık küme, yığılma noktası, kapalı yuvar ve sınır noktası gibi topolojinin genel kavramlarının öğretilmesinde görselleştirmenin önemi üzerinde durulmaktadır. Görselleştirme matematiksel kavramların ve problem çözmenin öğrenciler tarafından yapılandırılmasının anlaşılmasında temel görüşlerden biri olarak görülmektedir (Hitt, 2002). Doğası gereği soyut ve matematiksel tanıma dayalı olarak öğretilen bu topolojik kavramların görselleştirilmesinin öğrenenlere kolaylık sağlayacağı düşünülmektedir. Son yıllarda teknolojik alanlardaki gelişmeler ve değişimler sonucunda, matematik eğitiminde teknoloji kullanımı kaçınılmaz olmuştur (Güven ve Kaleli-Yılmaz, 2016). Matematik eğitiminde kullanılabilecek olan teknolojilerin içerisinde GeoGebra, Cabri, Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımları sayılabilir. Bu yazılımlar içerisinde GeoGebra yazılımının temel fikri, diğer paketlerin ayrı ayrı ele aldığı geometri, cebir ve hesaplamayı, öğretim hayatı boyunca matematiğin öğrenimi ve öğretimini kolaylaştırmak için kullanımı kolay tek bir paket halinde birleştirmektir (Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza, 2008). Bu özelliği sayesinde GeoGebra, topolojinin temel kavramlarını bir, iki ve geliştirilen yeni özellikleriyle birlikte üç boyutta göstermeye elverişlidir.

Bu kapsamda araştırmada kullanılacak temel topolojik kavramlarının matematiksel tanımları ve dinamik geometri yazılımı aracılığıyla bu kavramların $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ ve $\mathbb{R}^3$ 'te görselleştirilmelerine yer verilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür.

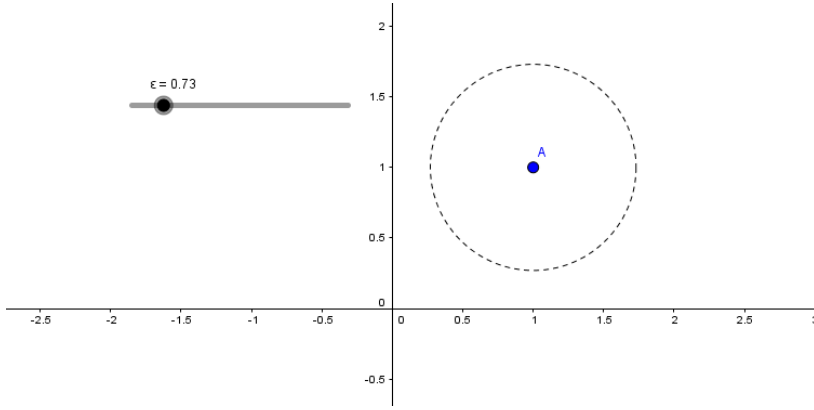
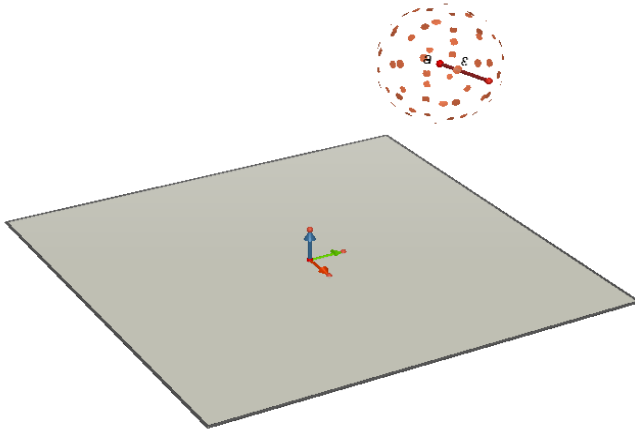
Açık Yuvar : $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ sabit bir nokta ve $\varepsilon > 0$ olsun.

$D(a, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n; d(x, a) < \varepsilon\}$ kümesine a merkezli ε -yarıçaplı açık yuvar denir (Balcı, 2011).

Bu tanım ile verilen açık yuvar kavramının $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ ve $\mathbb{R}^3$ uzaylarında GeoGebra ile görselleştirilmiş hali aşağıdaki şekildedir.



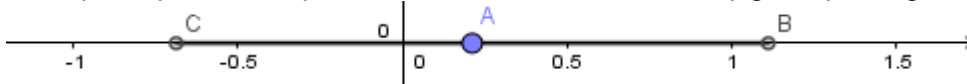
Şekil 1. $\mathbb{R}$ için bir açık yuvar gösterimi

Şekil 2. $\mathbb{R}^2$ için bir açık yuvar gösterimiŞekil 3. $\mathbb{R}^3$ için açık yuvar gösterimi

$\mathbb{R}$ 'de gösterdiğimiz açık yuvar bir aralık, $\mathbb{R}^2$ 'de açık bir daire iken $\mathbb{R}^3$ 'e geldiğimizde bu durum açık bir küreyle gösterilmiştir.

Açık Küme: $A \subset \mathbb{R}^n$ ve $a \in A$ olsun. Eğer $D(a, \varepsilon) \subset A$ olacak şekilde bir $\varepsilon > 0$ varsa, a noktası A kümesinin bir iç noktasıdır denir. A noktasının iç noktalarının kümesine A'nın içi denir ve A^o ile gösterilir. Eğer $A^o = A$ ise A, $\mathbb{R}^n$ 'de bir açık kümedir (Balcı, 2011).

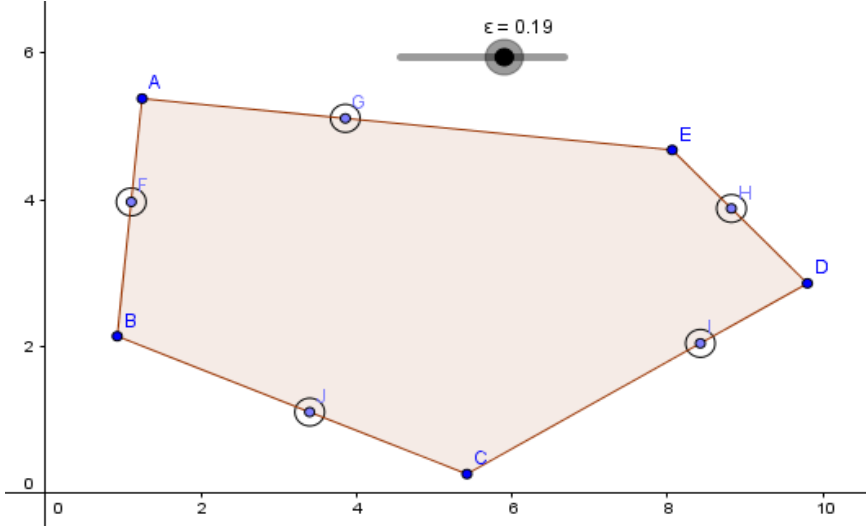
$\mathbb{R}$ içinde açık kümeler açık aralık olarak tanımlanır. Bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:

Şekil 4. $\mathbb{R}$ için açık kümelerin açık aralık şeklinde gösterimi

$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:

Bu şekilde $[2,5]$ kapalı aralığı içinde alınan herhangi bir a noktasının $\varepsilon > 0$ komşuluğu $[2,5]$ kapalı aralığının a 'dan farklı bir noktasını içermektedir.

$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



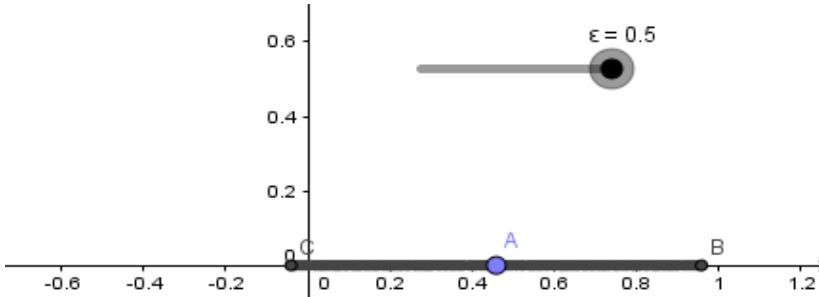
Şekil 7. $\mathbb{R}^2$ için yığılma noktası gösterimi

Bu şekilde $\mathbb{R}^2$ kümesinde verilmiş herhangi kapalı bir şeklin kenarları üzerinde dahi alınan bir noktanın (F, G, H, I, J) $\varepsilon > 0$ komşuluğunun şeklin içinde kendisi hariç en az bir noktayı kapsadığı görülmektedir.

Kapalı Yuvar: $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$ sabit bir nokta ve $\varepsilon > 0$ olsun.

$D[a, \varepsilon] = \{x \in \mathbb{R}^n; d(x, a) \leq \varepsilon\}$ kümesine a merkezli ε -yarıçaplı kapalı yuvar denir (Balcı, 2011).

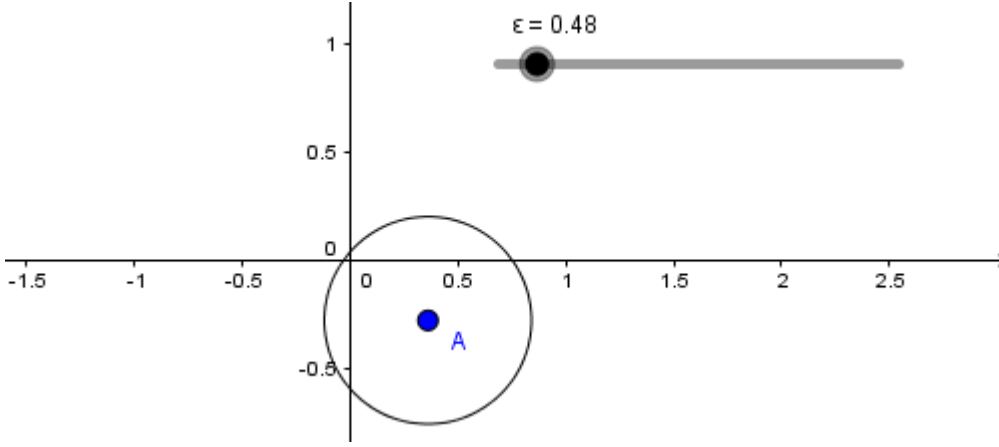
$\mathbb{R}$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir (GeoGebra programında tek boyutlu çizimler için sadece x-eksenini gösterme seçeneği olmadığından iki eksenle gösterilmiştir):



Şekil 8. $\mathbb{R}$ için kapalı yuvar gösterimi

Şekli yorumladığımızda; A noktasından ε uzaklıktaki noktalarımız $C = a - \varepsilon$ ve $B = a + \varepsilon$ olmak üzere, bu noktalar arasındaki tüm noktalarımız kapalı yuvara dahildir. Yalnız B ve C noktalarının kendileri yani sınırlar da kapalı yuvara dahildir. Kısacası $\mathbb{R}$ 'de kapalı yuvar kapalı bir aralık olarak tanımlanmaktadır. $\varepsilon = 0.5$ ile gösterdiğimiz çubuk ise bize GeoGebra programında bir sürgüyü ifade etmektedir. Yani $\varepsilon > 0$ olmak üzere herhangi bir değer aldığımızda, bu aralığı, C ve B noktaları arasını tarayacaktır. Büyük bir değer aldığımızda aralık daha genişken, küçük bir değer aldığımızda aralık daralacaktır.

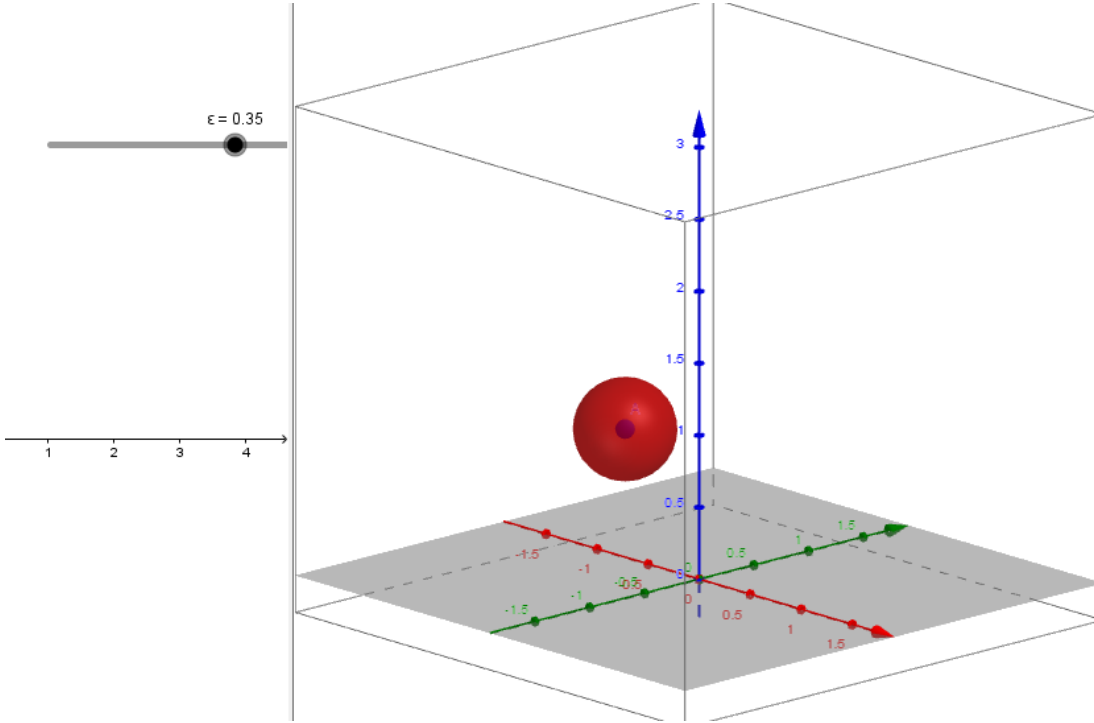
$\mathbb{R}^2$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:



Şekil 9. $\mathbb{R}^2$ için kapalı yuvar gösterimi

Bu şekilde ise aynı durum $\mathbb{R}^2$ 'de gösterilmiştir. Yalnız $\mathbb{R}$ 'de gösterilen kapalı yuvarda bir aralık söz konusu iken $\mathbb{R}^2$ 'de kapalı bir daire söz konusudur. Sınırlar kümeye dahildir. Yine ε sürgüsünü sağa ya da sola kaydığımızda yani artırdığımızda ya da azalttığımızda kapalı dairemiz büyüyecek ya da küçülecektir.

$\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:

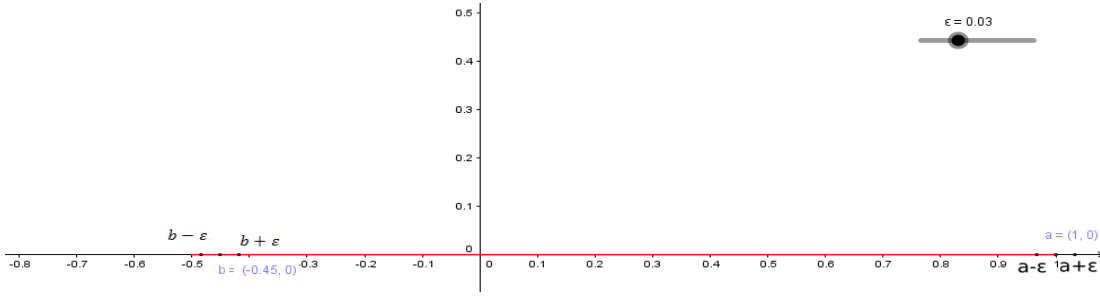


Şekil 10. $\mathbb{R}^3$ için kapalı yuvar gösterimi

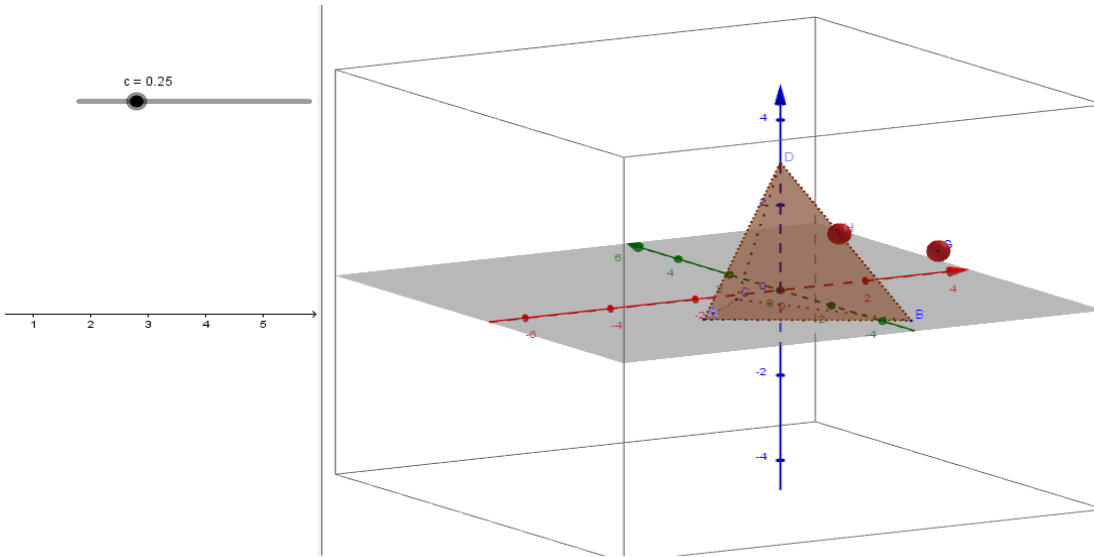
$\mathbb{R}$ 'de gösterdiğimiz kapalı yuvar kapalı bir aralık, $\mathbb{R}^2$ 'de kapalı bir daire iken $\mathbb{R}^3$ kümesine geldiğimizde bu durum kapalı bir küreyle gösterilmiştir.

Sınır Noktası: $A \subset \mathbb{R}^n$ ve $a \in \mathbb{R}^n$ olsun. Eğer a 'nın her bir komşuluğunda hem A kümesinin hem de A kümesinin tümleyeninin en az bir elemanı varsa a noktasına A kümesinin bir sınır noktası denir. A kümesinin sınır noktalarının kümesi A^s veya ∂A ile gösterilir (Balcı, 2011).

$\mathbb{R}$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:

Şekil 11. $\mathbb{R}$ için sınır noktası gösterimi

Bu şekilde $(-0.5, 1]$ aralığının sınır noktaları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu aralık için $a = (1, 0)$ ve $b = (-0.45, 0)$ noktaları seçilmiştir. Seçilen $\varepsilon > 0$ değeri için a noktası $(-0.5, 1]$ aralığının hem içinden hem de dışından noktaları kapsarken, b noktası sadece aralığın iç noktalarını kapsamaktadır. Dolayısıyla $(-0.5, 1]$ aralığının sınır noktaları $(-0.5, 0)$ ve $(1, 0)$ noktalarıdır. Bir başka ifadeyle $\mathbb{R}$ kümesinde sınır noktaları aralıkların uç noktalarıdır. $\mathbb{R}^3$ kümesi için bu durum aşağıdaki şekilde gösterilir:

Şekil 12. $\mathbb{R}^3$ için sınır noktası gösterimi

Bu şekilde $\mathbb{R}^3$ kümesinde rastgele verilen bir şekil üzerinde alınan noktaların sınır noktaları olduğu, dışında alınan noktaların ise sınır noktaları olmadığı görülmektedir.

Araştırma problemi

Matematik eğitimi alan yazınında topoloji üzerine yapılan çalışmalar sınırlıdır (Karaaslan, 2013; Delice ve Karaaslan, 2016). Ayrıca dinamik geometri yazılımlarının topolojik kavramların öğretimi ile ilişkisi hakkında bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Bu nedenle bu çalışmada dinamik geometri yazılımlarından GeoGebra'nın topolojik kavramların öğretiminde kullanılmasının etkisinin ortaya konması hedeflenmiştir. Dolayısıyla bu araştırmanın amacı, üniversitede matematik derslerinde “ $\mathbb{R}$ ” uzayındaki temel topolojik kavramların öğretiminde, dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra programının kullanımının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının akademik başarılarına etkisini” incelemektir. Bu amaçlar doğrultusunda araştırmanın problemleri aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

1. Kontrol grubundaki öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Deney grubundaki öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi konularındaki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

3. Deney grubu ile kontrol grubu öğretmen adaylarının öğretim sonrası topolojik kavramlar başarı testi konularındaki başarıları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Yöntem

Araştırmanın modeli

Araştırma nicel paradigmaya sahiptir. Nicel araştırma, olgu ve olayları gözlemlenebilir, ölçülebilir ve sayısal olarak ifade edilebilir bir şekilde ortaya koyan objektivist ve realist paradigmalara dayanan bir araştırma türüdür (Baştürk, 2013). Araştırmanın amacına uygun olarak nicel araştırma desenlerinden deneysel yöntem araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir. Deneysel yöntem, doğal ortamların araştırmacılara izin vermediği, deneysel değişkenleri istenilen şekilde değiştirme, istenmeyen değişkenleri olabildiğince kontrol altına alabilme ve değişkenler arasındaki sebep sonuç ilişkisine yönelik ölçme fırsatı sunar (Köklü ve Büyüköztürk, 2000). Araştırmada gerçek deneme modellerinden ön test-son test kontrol gruplu model kullanılmıştır. Ön test- son test kontrol gruplu modelde, yansız atama ile oluşturulmuş deney ve kontrol olmak üzere iki grup bulunur. Deney ve kontrol gruplarında deney öncesi ve deney sonrası ölçümler yapılır (Baştürk, 2013). Araştırmada katılımcılar temel analiz bilgilerini ölçen bir hazır bulunuşluk testi yardımıyla iki denk gruba ayrılmıştır. Gruplardan birinde GeoGebra ile hazırlanan etkinliklere dayalı bir öğretim gerçekleştirilirken, diğer gruba ise sunuş yöntemi kullanarak ders anlatımı yapılmıştır.

Araştırmanın grubu

Araştırmanın çalışma grubunu, 2015-2016 eğitim-öğretim yılında Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 2.sınıfında öğrenim gören 40 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcılarına limit, türev ve integral ile ilgili 10 sorudan oluşan hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. Deney ve kontrol grubunun belirlenmesi için öncelikle öğrencilerin hazır bulunuşluk testinden aldıkları puanlar en yüksekten en düşüğe doğru sıralanmıştır. Sıralanmış puanlar dikkate alınarak grup içi heterojenliğin sağlanabilmesi için öğrenciler ikiye ikiye gruplandırılmıştır. Oluşan her ikiliden bir öğrenci yansız olarak deney grubuna diğeri de kontrol grubuna seçilmiştir. Yani öğrencilerin aldıkları puanlar yukarıdan aşağıya sıralanırken en yüksek iki puan arasında ilki deney grubuna ikincisi kontrol grubuna, 3. ve 4. yüksek puanlardan yine 3. deney grubuna 4. kontrol grubuna... gibi seçkisiz bir şekilde atanmıştır.

Veri toplama araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak açık uçlu sorulardan oluşan “hazır bulunuşluk testi” ve “topolojik kavramlar başarı testi” adıyla iki ayrı test hazırlanmıştır.

Hazırbulunuşluk Testi

Hazır bulunuşluk testi oluşturulurken öncelikle literatür taraması yapılmıştır ve 16 maddeden oluşan bir soru havuzu oluşturulmuştur. Ardından 3 uzman görüşü alınarak maddelerin öğrenci seviyelerine uygun olup olmadığına bakılmış, en uygun ölçme biçiminin açık uçlu sorular olarak belirlenmesine karar verilmiştir. Sorularda bir eksiklik ya da yanlış algılama olup olmadığı ayrıca kontrol edilmiştir. Bu değerlendirmeler sonucunda hazır bulunuşluk testi toplamda 10 tane açık uçlu soru içermektedir. Testte kullanılan sorular, nasıl ve ne amaçla seçildiği Tablo 1’de açıklanmıştır.

Tablo1

Hızır bulunuşluk testi soruları ve amaçları

Sorular	Amaç
1) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3+64}{x^2+x-12}$ limitinin değerini hesaplayınız. 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+2^{-\frac{1}{x}}}$ limitinin değerini hesaplayınız. 3) $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{bx}, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ \frac{x^2+2}{2a}, & x > 1 \end{cases}$ fonksiyonu her yerde sürekli olduğuna göre a+b değerini hesaplayınız. 4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(3 \sin x - 1) \cos 3x}{2x - \pi}$ limitinin değerini hesaplayınız.	Bu çalışmanın temel araştırma konusu olan topolojik kavramlar, Analiz-II dersinin “Çok Değişkenli Fonksiyonlar” konusunun giriş kısmında yer almaktadır. Çok Değişkenli Fonksiyonlar konusundan önce öğretmen adayları ağırlıklı olarak Analiz-I dersinde Tek değişkenli reel değerli fonksiyonların limiti, sürekliliği, türevi ve integrali konularını öğrenmiş bulunmaktadır. Bu nedenle ilk 4 soru limit ve süreklilik kavramlarının ne derece hatırladığına dair bir ön bilgi alınmak için seçilmiştir.
5) $y = \ln(\arccos(x^2 + 2x))$ fonksiyonunun türev fonksiyonunu hesaplayınız.	Bu soru türev konusunda olup öğretmen adaylarının türev konusunda ne derece bir ön bilgiye sahip olduklarını öğrenmeyi amaçlayan bir sorudur. Bir fonksiyonun türevinin alınabilmesi için bazı kurallar gerektiğinden ve bu soru farklı türev alma kurallarını da içinde barındırdığından öğretmen adaylarının bu kuralları ne derece hatırladıklarını ve soruya uygulayabildiklerini görmeyi amaçlayan sorudur.
6) $f(x) = x^2 \cdot h(5 - x^2)$ olmak üzere $h(1) = 3$ ve $h'(1) = 2$ olduğuna göre $f'(2)$ değeri nedir?	Bu soruda iki fonksiyonun birbirine bağlı bir şekilde türevleri söz konusudur. Fonksiyonun bir noktadaki türevinin değeri ile ilgili bir sorudur. Öğrenciler acaba bu şekilde sorulan soruları da kolay bir şekilde hatırlayabilecek mi sorusu araştırılmıştır.
7) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x, & x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 3, & x > 1 \end{cases}$ ise $y=f(x)$ fonksiyonu $x=1$ noktasında türevli olduğuna göre b değerini hesaplayınız.	Bu soru ise öğrencilerin yine analiz dersindeki türev konusu ve süreklilik konusu arasında her hangi bir bağlantı olup olmadığının araştırıldığı bir sorudur.
Aşağıdaki integralleri hesaplayınız. 8) $\int \frac{(1+\sin x)dx}{\sin x(1+\cos x)}$ 9) $\int \frac{2x+1}{(x-1)^2} dx$ 10) $\int x^3 \cdot f(x)dx = 2x^3 + x^2 + c$ ise $f(x)$ değerini hesaplayınız.	8,9 ve 10. Sorular ise öğrencilerin integral bilgilerine değinmek için belirlenmiştir. Ne derece hatırlayıp hatırlamadıklarıyla ilgilenen sorulardır.

Hızır bulunuşluk testi öğrencilerin Analiz-I dersi konularını ne derece hatırladığını belirlemek için yapılmıştır. Bu testte limit, süreklilik, türev ve integral konularından oluşan sorular yer almıştır. Bu konuların seçimindeki amaç, Analiz-I dersinde bu konulara yer verilmiş olması ve kısmen $\mathbb{R}$ 'deki temel topolojik kavramları içermiş olmasından kaynaklanmaktadır. Bu sorular deney ve kontrol grubunun seçilmesinde de ön bilgi oluşturmıştır.

Topolojik Kavramlar Başarı Testi

Araştırmada ön test ve son test olarak kullanılan topolojik kavramlar başarı testi için de gerekli literatür taraması yapılmış ve 9 sorudan oluşan bir soru havuzu oluşturulmuştur. 3 uzman görüşü alınarak maddelerin öğrenci seviyelerine uygun olup olmadığına bakılmış, en uygun ölçme biçiminin açık uçlu sorular olarak belirlenmesine karar verilmiştir. Sorularda bir eksiklik ya da yanlış algılama olup olmadığı ayrıca kontrol edilmiştir. Bu değerlendirmeler sonucunda topolojik kavramlar başarı testi toplamda 12 şıktan oluşan 6 adet açık uçlu soru içermektedir. Bu sorulardan 1. soru kendi içinde 3 şıktan, 2.soru 4 şıktan, 3. soru 2 şıktan meydana gelmiştir. Testte kullanılan soruların, nasıl ve ne amaçla seçildiği Tablo 2’de açıklanmıştır.

Tablo2.

Topolojik kavramlar başarı testi soruları ve amaçları

Sorular	Amaç
1) $f: A \subseteq R \rightarrow B \subseteq R$ fonksiyonu için bir x_0 noktasındaki a) Limitini tanımlayınız. b) Sürekliliğini tanımlayınız. c) Her iki tanımı mukayese ediniz.	Bu sorunun araştırmada kullanılma amacı, öğretmen adaylarının çok değişkenli fonksiyonlar konusu öncesinde öğrenmiş olduğu limit-süreklilik konusunda kavramları doğru şekilde tanımlayabilme becerisini incelemektir.
2) $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ 'de sabit bir nokta ve $\varepsilon > 0$ herhangi bir reel sayı olsun. a) x noktasının ε komşuluğu nedir? b) 2 'nin $\frac{1}{4}$ komşuluğu nedir? c) $(2,2)$ 'nin $\frac{1}{4}$ komşuluğu nedir? d) $(2,2,2)$ 'nin $\frac{1}{4}$ komşuluğu nedir? Bunları $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve \mathbb{R}^3$ 'de gösteriniz.	Bu sorunun amacı ise öğretmen adaylarının hem tek değişkenli fonksiyonlar konusunda hem de çok değişkenli fonksiyonlar konusundaki bilgilerini kullanarak $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve \mathbb{R}^3$ 'de verilen noktanın komşuluğunu yani yuvarlarını gösterebilmelerini öğrenmektir. $\mathbb{R}, \mathbb{R}^2, ve \mathbb{R}^3$ 'de bir noktanın komşuluğundan bahsederken bunların nasıl bir görsellik içerdiğinin anlaşılıp anlaşılmadığını anlamak için sorulan bir sorudur.
3) $A \subseteq R$ ve $a \in R$ olsun. a) A kümesinin yığılma noktasını tanımlayınız. b) $A=(0,2), A=[0,2]$ ve $A=(0,1) \cup \{2\}$ kümelerinin yığılma noktaları nelerdir?	Yığılma noktası tanımı üzerinde durulmuştur. Bu bağlamda bir kümenin ve bir noktanın yığılma noktalarının nasıl gösterileceğine ait bir sorudur. Kümeye dahil olan noktalar ve dahil olmayan noktaların yığılma noktası kümesine dahil edilip edilmeyeceği sorusuna cevap aranmıştır.
4) $a = (0,0) \in \mathbb{R}^2$ noktası ve $E = \{(x,y): 4 < x^2 + y^2 \leq 9\} \subseteq \mathbb{R}^2$ kümesi için $d(a, E)$ 'yi hesaplayınız.	Bu soruda ise $\mathbb{R}^2$ 'de bir noktanın, bir kümeye uzaklığını hesaplamak üzerinde durulmuştur. Bu soruyla öğretmen adaylarının $\mathbb{R}^2$ 'deki uzaklık kavramı ve uzaklık fonksiyonu bilgileri ölçülmüştür.
5) $P = \{(x,y): 1 \leq x \leq 2 \text{ ve } 0 < y < 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ ve $S = \{(1,1), (2,2), (3,3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$ kümelerinin sınırlarını bulunuz. Açık ya da kapalı olup olmadıklarını araştırınız.	Bu soruda $\mathbb{R}^2$ 'deki sürekli bir küme ile noktalardan oluşan bir kümeyi nasıl gösteririz sorusunun aranmıştır. Ayrıca açık küme, kapalı küme bilgileri ölçülmüştür.
6) $A = \{(x,y): x^2 + y^2 \leq 4\} \subseteq \mathbb{R}^2$ olsun. $A^0, A^s, A', \bar{A}$ kümelerini bulunuz.	Bu soruda konuyla ilgili öğrenilen tüm topolojik kavramların alıştırması yapılmıştır. Bunlar bir kümenin içi, sınırı, yığılma noktaları kümesi ve kapanışdır.

Uygulama Süreci

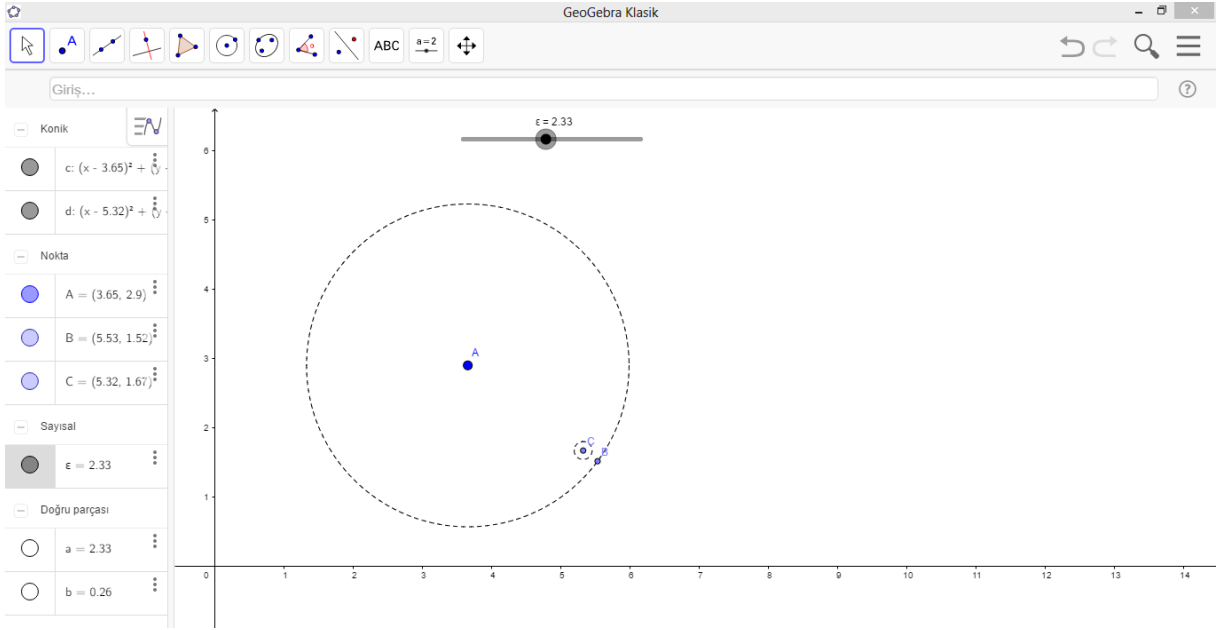
Ölçülmesi düşünülen özelliklerin teorik yapılarına uygun maddeler yazabilmek ölçek geliştirme sürecinin en önemli güçlüğü olduğundan öncelikle özelliklere ilişkin teorik oluşumun çok iyi irdelenmesi ve anlaşılması gerekmektedir. Aksi halde bulgular o özelliğe ilişkin teorik yapıyı desteklemeyebilir (Şeker ve Gençdoğan, 2006).

Ön test-son test kontrol gruplu deneysel bir çalışma olarak planlanana çalışmanın kontrol grubunda sunuş yöntemi kullanılan öğretim yöntemi kullanılmış, deney grubunda ise GeoGebra destekli öğretim yapılmıştır.

1) Sunuş yönteminin kullanıldığı kontrol grubunda ders anlatımı 2 hafta (2 x 6 saat = 12 ders saati) sürmüştür. Bu öğretimde tanım, teorem ve ispat sırası izlenmiştir. 20 öğretmen adayından oluşan kontrol grubuna ders, dersin öğretim üyesi tarafından bir derslikte anlatılmıştır. Öğretim üyesi tahta başında ders notlarını kullanarak topolojik kavramların önce tanımlarını vermiştir. Ardından bu tanımlar ile ilgili görselleştirmeyi sayı doğrusu üzerinde ve düzlemde yapmıştır. Son olarak da ilgili teorem ve ispatları tahtada kendisi yapmıştır. Öğrenciler pasif durumda kendilerine verilen bilgiyi not etmişlerdir.

2) GeoGebra kullanımlı bilgisayar destekli öğretimin yapıldığı deney grubunda da konu anlatımı 2 hafta (2 x 6 saat = 12 ders saati) sürmüştür. 20 öğretmen adayından oluşan deney grubuna ders, dersin öğretim elemanı tarafından dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra kullanımlı bilgisayar destekli öğretim yapılarak anlatılmıştır.

Araştırmacı ve dersin öğretim üyesi ile birlikte hazırlanan temel topolojik kavramlar etkinlikleri, 2 hafta boyunca bilgisayar laboratuvarında devam eden uygulamalarla ders öğretim üyesi tarafından bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Ders işlenişi akıllı tahta üzerinden gerçekleştirilmiştir. Bu derslerde işlenen bir etkinlik örneği Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 13. GeoGebra destekli öğretim etkinliği örneği

Bu örnekte öğretmen adaylarının $\mathbb{R}^2$ düzleminde açık küme kavramının anlayabilmeleri için verilen açık çemberin sürgü aracılığıyla yarıçapını değiştirmektedirler. Bu esnada çemberin iç bölgesinde rastgele olarak seçilebilen C noktasının bu çember için bir iç nokta olduğunu göstermek için seçilen yarıçapa bağlı olarak başka bir açık çember oluşmaktadır. Böylece bir açık kümenin iç bölgesinde alınan herhangi bir noktanın da açık küme olacağı dinamik olarak görülebilmektedir.

Uygulama esnasında her öğretmen adayına GeoGebra programı kurulmuş bir bilgisayar düşmüştür. Öğretim üyesince akıllı tahta üzerinde gerçekleştirilen etkinlik anlatımlarının uygulamaları öğretmen adaylarına kendi bilgisayarlarında yaptırılmıştır. Öğretmen adaylarına GeoGebra kullanım kursu verilmemiş olup daha önce okumuş oldukları Bilgisayar-I ve Bilgisayar-II dersinde edindikleri GeoGebra kullanım becerileri yeterli kabul edilmiştir. Bu çalışma kapsamında deney grubundaki öğretmen adayları için GeoGebra kullanılması asıl amaç olarak düşünülmendiğinden çalışmada detaylı bir GeoGebra kullanımı üzerinde durulmamıştır.

Uygulama sonrasında, ön test olarak kullanılan topolojik kavramlar başarı testi her iki gruba da son test olarak uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar ön test sonuçlarıyla karşılaştırılarak yapılan öğretimin etkisi gözlenmiştir.

Bulgular ve Yorumlar

Öğretmen adaylarının ön test ve son test sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılığın olup olmadığını gözlemek için bağımsız örneklem için t testi kullanılmıştır. Bu testin kullanılabilmesi için öğretmen adaylarının aldıkları puanların normal dağılım göstermesi gerektiğinden, hazır bulunuşluk, ön test-son testten alınan puanlara Kolmogorov-Smirnov Z testi uygulanmıştır. Aşağıdaki Tablo 3'te hazır bulunuşluk, ön test-son test puanlarının dağılımlarının normalliği incelenmiştir.

Tablo 3

Hazır bulunuşluk, ön test-son test puanlarının normalliği

	Hazır bulunuşluk Test	Ön Test	Son Test
Öğretmen adayı sayısı	40	40	40
Ortalama puan	49,63	4,33	28,08
Standart sapma	18,77	5,21	12,25
Kolmogorov- Smirnov Z	0,656	1,285	0,700
Anlamlılık düzeyi(p)	0,783	0,073	0,711

Tablo 3' e göre araştırmaya katılan öğretmen adaylarının hazır bulunuşluk testi, ön test ve son testten aldıkları puanların normal dağıldığını göstermektedir ($p = 0.783 > 0.05$). Bu nedenle, bu puanların istatistiksel analizinde parametrik bir test olan bağımsız örneklem için t testi kullanılabileceği anlaşılmıştır.

Araştırmada ele alınacak iki grubun birbirlerine denk olduklarını istatistiksel olarak belirlemek amacı ile gruplara uygulanan hazır bulunuşluk test puanları ortalamaları arasındaki farkın anlamlılığı bağımsız örneklem için t testi ile incelenmiştir.

Tablo 4.

Deneyel uygulama öncesi grupların denkleğinin incelenmesi

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Deney Grubu	48,30	18,65	-0,442	0,661
Kontrol Grubu	50,95	18,27		

Tablo 4 incelendiğinde uygulamaya katılan iki grubun hazır bulunuşluk test sonuçları arasında anlamlı bir fark olmadığı ($t = -0.442$, $p = 0.661 > 0.05$) görülmektedir. Bu nedenle seçilen grupların denk olduğu anlaşılmıştır.

Kontrol Grubunun Ön test-Son test puanlarının incelenmesi

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında, kontrol grubunun ön test-son test puanları arasında anlamlı farklılık olup olmadığının incelenmesine yönelik, eşleştirilmiş örneklem için t testi sonuçları Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5

Kontrol grubunun ön test-son test puanlarının karşılaştırılması

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	4,90	4,74	-8,631	0,000
Son Test	24,65	13,25		

Tablo 5 incelendiğinde kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarının topolojik kavram testinden aldıkları ön test ve son test puanların ortalaması arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmektedir ($t = -8.631$, $p = 0.000 < 0.05$). Son test puanları ortalamasının ön test puanları ortalamasından yüksek olması nedeniyle bu anlamlı farkın son test puanı lehinde olduğu söylenebilir.

Deney Grubunun Ön test-Son test puanlarının incelenmesi

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında, deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının ön test ve son test puanları arasında anlamlı farklılığın olup olmadığının incelenmesine yönelik, eşleştirilmiş örneklem için t testi sonuçları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6

Deney grubunun ön test-son test puanlarının karşılaştırılması

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Ön Test	3,75	5,71	-12,12	0,000
Son Test	31,50	10,39		

Tablo 6 incelendiğinde deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının topolojik kavram testinden aldıkları ön test ve son test puanların ortalaması arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmektedir ($t = -12.12$, $p = 0.000 < 0.05$). Son test puanları ortalamasının ön test puanları ortalamasından yüksek olması nedeniyle bu anlamlı farkın son test puanı lehinde olduğu söylenebilir.

Deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının karşılaştırılması

Araştırmanın üçüncü alt probleminde, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanlar arasındaki farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı belirlenmek istenmiştir. Bu problemin amacı, GeoGebra destekli öğretim ile sunuş yöntemi kullanılan öğretimin öğrencilerin başarıları üzerindeki etkililiğinin arasındaki farkı saptamaktır. Bu amaç doğrultusunda, ön test puanları birbirine denk olan iki grubun son testten aldıkları puanlar arasındaki farklılık bağımsız örneklem için t testi kullanılarak incelenmiştir.

Tablo 7

Deney ve kontrol gruplarının son test puanlarının karşılaştırılması

	Ortalama	Standart Sapma	t	Anlamlılık Düzeyi (p)
Kontrol Grubu	24,65	13,25	1,82	0,077
Deney Grubu	31,50	10,39		

Tablo 7 incelendiğinde, deney grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalaması ile kontrol grubundakilerin arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunamamıştır ($t = 1.82$, $p = 0.077 > 0.05$).

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Araştırmada elde edilen bulgulara göre, deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarının uygulama öncesi başarıları denk olarak bulunmuştur. Hazır bulunuşluk testi, ön test ve son testten aldıkları puanların normal dağıldığını göstermektedir. Bu nedenle, bu puanların istatistiksel analizinde parametrik bir test olan bağımsız örneklem için t testi kullanılabileceği anlaşılmıştır ($t=-0,442$, $p=0,661 > 0,05$).

Araştırmanın ilk alt problemi incelendiğinde, kontrol grubunun öğretim öncesi ve öğretim sonrasında topolojik kavramlar başarı testinde anlamlı bir öğrenme farkının olup olmadığı incelendiğinde ortalamalara bakıldığında; önceki ortalama 4,9 iken sonraki ortalama 24,65 olduğu gözlenmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının bu anlatım yöntemi ile başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemine baktığımızda, deney grubu öğretmen adaylarının öğretim öncesi ve öğretim sonrasında topolojik kavramlar başarı testinde anlamlı bir öğrenme farkı ortalamalara bakıldığında öncesi 3,75 iken sonrası 31,65 olarak ölçülmüştür. Bu durum GeoGebra destekli ders anlatımları sonrasında öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanların ortalamalarında artış görülmektedir. Böylece, bilgisayar destekli anlatım yöntemi ile de başarılarının arttığını ve konuyu öğrenmelerinde değişiklikler olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın üçüncü alt problemine gelindiğinde uygulama sonrasında deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının başarıları (ortalama = 31,50), kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarına (ortalama = 24,65) kıyasla istatistiksel olarak anlamlı düzeyde ($p=0,000 < 0,05$) yüksek çıkmıştır. Karşılaşılan bu sonucun ardından hangi grupta uygulanan yöntemin daha başarılı olduğu sorusuna cevap aranmıştır. GeoGebra destekli öğretim yapılan deney grubundaki öğretmen adaylarının son testten aldıkları puanları ortalamaları, sunuş yöntemi kullanılan öğretim yapılan kontrol grubundaki öğretmen adaylarının puanlarının ortalamalarından 6,85 puan yüksek bulunmuştur. Deney ve kontrol grubunun son test puan ortalamaları arasındaki bu 6,85 puanlık fark istatistiksel olarak anlamlı olarak bulunmadığından ötürü, GeoGebra destekli temel topolojik kavramların öğretiminin öğrenci başarısına daha fazla etkili olduğu söylenemez. Bir başka ifadeyle, GeoGebra destekli temel topolojik kavramların öğrenimini gören öğretmen adayları, bu konularla ilgili yapılan bir testte daha fazla bir başarı göstermemişlerdir. Bu çalışmanın aksine yapılan çalışmalarda GeoGebra kullanımının geleneksel yolla yürütülen matematik dersine göre daha etkili olduğu gösterilmiştir (Kepceoglu ve Yavuz, 2017; Bedeloğlu, 2016; Aydos, 2015; Atay, 2015; Öz, 2015; Uzun, 2014; Kabaca, Aktümen, Aksoy ve Bulut, 2010; Baydaş, 2010; Hohenwarter, Hohenwarter, Kreis ve Lavicza, 2008; Lu, 2008).

Belirtilen çalışmaların çoğunda GeoGebra'nın uygulandığı deney grubu öğrencilerinin, geleneksel yöntem ile öğrenim gören kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları ve üst seviyede bir öğrenme gerçekleştirdikleri anlaşılmaktadır. Ancak bu çalışmada deney ve kontrol gruplarının başarı puanları arasındaki fark yeteri düzeyde yüksek çıkmamıştır. Bunun sebebinin araştırılması başka bir çalışmanın konusu olabilir ancak yine de en önemli sebebinin daha önce topoloji ve topolojik kavramlar hakkında bilgi sahibi olmayan, bu kavramlarla yeni tanışan öğretmen adaylarının alt yapılarındaki eksikliklerin olduğu düşünülmektedir; çünkü bu duruma benzer sonuçlar Narlı (2010) ve Çetin, Dane

ve Bekdemir (2012)'in çalışmalarında da görülmüştür. Her iki çalışmada da katılımcı olarak seçilen öğretmen adaylarının topolojik kavramları tam olarak anlamadıklarını ortaya koymuştur, bunun nedeni olarak da yanlış anlaşılmalara, ön koşul yetersizliği, soyut kavramlar ve matematik notasyonlarından kaynaklandığı ifade edilmiştir. Hatta özel olarak Çetin, Dane ve Bekdemir (2012)'in çalışmalarında katılımcıların tamamı yığılma noktası kavramını doğal ve reel sayı kümelerinde tanımlamaya çalışmışlardır. Fakat Analiz gibi derslerde iki, üç ve n boyutlu reel uzayda ve yine topoloji derslerinde de topolojik uzayda bu kavramı öğrenmelerine rağmen hiçbir öğrenci bu uzaylarda kavramı tanımlayamamıştır. Buna göre eğitim fakültelerinde matematik alan derslerinde kavramların tanımlamaları üzerinde yeterince durulması gerektiği sonucuna da ulaşılabilir.

Her ne kadar bu çalışmada GeoGebra destekli öğretim katılımcıların son test puanlarında istatistiksel olarak anlamlı fark oluşturmada da, temel düzeydeki soyut matematik kavramların öğretiminde, yaygın olarak kullanılan öğretim yaklaşımlarına nazaran öğrencilerin görsel uzamsal zekalarına hitap edebilecek teknolojik imkanların kullanılması başarıyı olumlu yönde etkileyebilir. GeoGebra bu imkanı oluşturabilecek kolay ulaşılabilir ve kullanılabilir bir yazılımdır.

Kaynakça

- Aydos, M. (2015). Matematiği GeoGebra ile öğretmenin limit ve süreklilik konularının kavramsal anlaşılmasına olan etkisi: Üstün zekâlı ve yetenekli Türk öğrencileri örneği. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Atay, A. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin GeoGebra dinamik matematik yazılımını kullanarak oluşturdukları matematiksel görevlerin bilişsel düzeylerinin incelenmesi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Kayseri.
- Balcı, M. (2011). *Çözümlü matematik analiz problemleri 2*. Ankara: Balcı Yayınları.
- Baştürk, S. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Vize Yayıncılık.
- Baydaş, Ö. (2010). Öğretim Elemanlarının ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri Işığında Matematik Öğretiminde Geogebra Kullanımı. *Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Erzurum.
- Bedeloğlu, İ.T. (2016). GeoGebra ve video ile zenginleştirilmiş web tabanlı matematik eğitiminin geometri başarısına ve öz-yeterliğe etkisinin incelenmesi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara
- Çetin, F. Ö., Dane, A., ve Bekdemir, M. (2012). A concept of “accumulation point” and its usage. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2), 217-233.
- Delice, A. ve Karaaslan, K. (2016). Topolojinin ilköğretim, ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında ele alınmasının tartışılması. *Eğitim Bilimleri Dergisi*, 43 (43), 43-66.
- Güven, B., ve Kaleli-Yılmaz, G. (2016). Effect of designed in-service training to secondary school mathematics teachers technology usage level. *Education and Science*, 41(188), 35- 66.
- Hitt, F. (2002). *Representations and mathematics visualization*. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Mexico City: Cinvestav-IPN.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kries, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. *Proceeding of International Conference in Mathematics Education 2008*, Monterrey, Mexico..
- Kabaca, T.,Aktümen, M., Aksoy, Y., ve Bulut, M. (2010). Matematik öğretmenlerinin Avrasya GeoGebra toplantısı kapsamında dinamik matematik yazılımı GeoGebra ile tanıştırılması ve GeoGebra hakkındaki görüşleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(2), 148-165.
- Karaaslan, G.K. (2013). Ortaöğretim geometri ders programına yeni konu: topoloji. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Karaca, İ. (2013). *Topoloji Ders Notları*. Ege Üniversitesi Fen Fakültesi. İzmir.
- Karaçay, T. (2009). *Genel Topoloji*. Ankara: Ttm yayınlar
- Kepceoğlu, İ.,ve Yavuz, İ. (2017). The effect of GeoGebra on achievement of preservice mathematics teachers about concepts of limit and continuity. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 11(1), 21-47.
- Köklü, N. ve Büyüköztürk, Ş. (2000). *Sosyal bilimler için istatistiğe giriş*. Ankara: Pegem Yayıncılık
- Lu, Y. W. A. (2008). Linking Geometry and Algebra: A multiple-case study of Upper-Secondary mathematics teacher's conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan. *Unpublished Master's thesis*, Cambridge: University of Cambridge, UK
- Narlı, S. (2010). Do students really understand topology in the lesson? A case study. *International Journal of Behavioral, Cognitive, Educational and Psychological Sciences* 2(3), 121-124.

- Öz, M. (2015). Ortaokul 7. sınıf matematik dersi "geometrik cisimler" alt öğrenme alanının öğretiminde dinamik matematik yazılımı GeoGebra 5.0 kullanımının öğrenci başarısına etkisi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara
- Porter, N. D. (2009). An introductory study of topology. *Unpublished master thesis*. Southern University and Agricultural and Mechanical College, Louisiana, USA. (UMI No: 48106 – 1346).
- Şeker, H. ve Gençdoğan, B. (2006). *Psikolojide ve eğitimde ölçme aracı geliştirme*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım
- Uzun, P. (2014). Geogebra ile öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin akademik başarılarına ve geometriye yönelik tutumlarına etkisi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi*. Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Kastamonu.